9

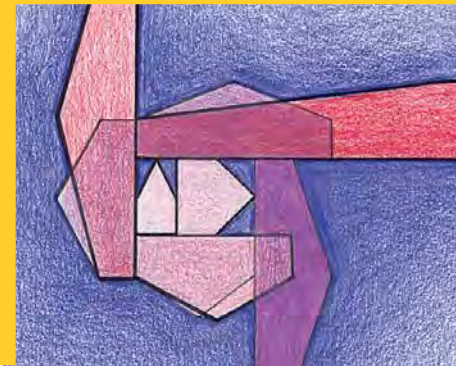
Curso 2002 / 2003

“ESTUDIO”

Los números

Boletín de actividades

Mayo 2003



Editorial

Los números

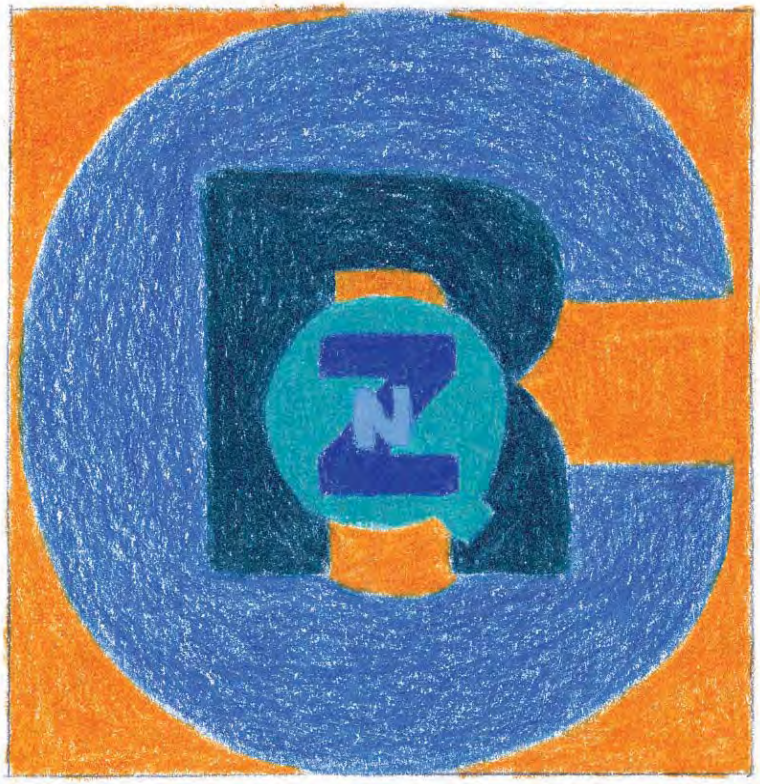
Las matemáticas despiertan en los alumnos la curiosidad hacia las cosas y el conocimiento profundo de nuevos campos del saber. Son un pilar fundamental en su formación y en su visión del mundo.

A través de la motivación personal los alumnos llevan a cabo más eficazmente su trabajo, por esto en los primeros años se evita que el cálculo tenga un carácter abstracto. Se convierte en algo intuitivo a través de la *manipulación de cantidades y regletas*. Partiendo de realidades concretas los alumnos llegan a razonar verdades elementales de las matemáticas, y así se inician en la Aritmética, en el mundo de *los números*. Se hacen numerosos ejercicios para que adquieran precisión y ligereza. El trabajo escrito se alterna con ejercicios de cálculo mental, que facilita el dominio en la práctica de las operaciones. Resuelven problemas sobre asuntos que les interesan y que les obligan a discurrir.

Al tiempo se ha ido educando la mente del alumno para la lógica pura del número y del espacio. Se han desarrollado las facultades mentales mediante ejercicios adecuados, estimulando el poder de observación y comprensión. En el razonamiento lógico matemático se suprimen explicaciones artificiosas. Se prefieren reglas sencillas obtenidas por un buen método deductivo y por el contraste con hechos físicos y naturales.

Las matemáticas han de ser experimentales. En "Estudio" no se usa ningún libro de texto. Las nociones las aprenden haciendo ellos mismos las operaciones. Se adquieren los conceptos por *observación directa*. El alumno construye un cuaderno en el que escribe cada nuevo concepto y los ejercicios realizados en clase o en casa: es el reflejo exacto de su labor.

A través de los números, a lo largo de su vida escolar, los alumnos van obteniendo el conocimiento del mundo que proporciona el pensamiento matemático.



Representación gráfica de los distintos conjuntos de números (N naturales, Z enteros, Q racionales, R reales y C complejos). Taller de Plástica. Sonsoles Manero. Clase 15 B.

nº 9. Mayo de 2003

Sumario

Los números

III-IV-V	El número y la vida	4
VI	Contamos y sumamos con los números	6
VII	¡Por fin multiplicamos!	8
VIII	La ilusión de dividir	12
IX	Los números decimales	14
X	Sistemas numéricos en distintas culturas	16
14	La proporción áurea	18
	Intuimos, razonamos y aprendemos	20
13 a 18	Conjuntos de números	22
13 a 18	Funciones	26

Opinión

	La matemática moderna y Gauss en "Estudio"	30
	Matemáticas: una forma de pensar	34

Tradición y creación

12	La vida en el campo: Patones	38
III	Aprendemos con las manos	42
VI-VII	Sentimos la música	44

Historia

	Recuerdos de un aficionado a las matemáticas	46
	José Luis Bauluz, maestro de profesores	50
	El señor Bauluz, profesor de Razonamiento	51
	Las regletas llegan a "Estudio"	52
	Rosa Bernis	54
	Rosa Bernis ante la historia	57

Fundación "Estudio"
Jerónimo Junquera
Juan Manuel Bonet
Mercedes Cabrera
Carlos Gancedo
José Manuel Cajigas
Alberto López Ribé
Elvira Ontañón
María Luisa Martín de Argila
Eduardo Martínez de Pisón

Colegio "Estudio"
Directora
Elena Flórez

Directora del Boletín
Elena Gallego

Consejo de Redacción
Paloma Leira
Paz López
Mabel Pérez de Ayala

Diseño y maqueta
Alvaro Alvarado
Javier Lerín

Fotografías
Mónica Porres
Profesores y alumnos de "Estudio"

Filmación: *Alba*
Imprime *Izquierdo*

Depósito Legal M-12323-1999
ISSN 1575-0485

Tirada 2.500 ejemplares

Información: Colegio "Estudio"
c/ Jimena Menéndez Pidal, 11
28023 Aravaca (Madrid)
Tel. 91 307 94 32

clases

III-IV-V

El número y la vida

El hecho mismo de plantearnos esta cuestión es, a priori, un intento honesto de definir el modelo educativo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que queremos para nuestros alumnos de Educación Infantil.

Nuestra experiencia nos dice que para que el primer acercamiento del niño al mundo del número sea eficaz y gratificante, todos los conceptos matemáticos tienen la obligación, desde la clase III, de traducirse en acciones y actividades que parten de la realidad cotidiana.

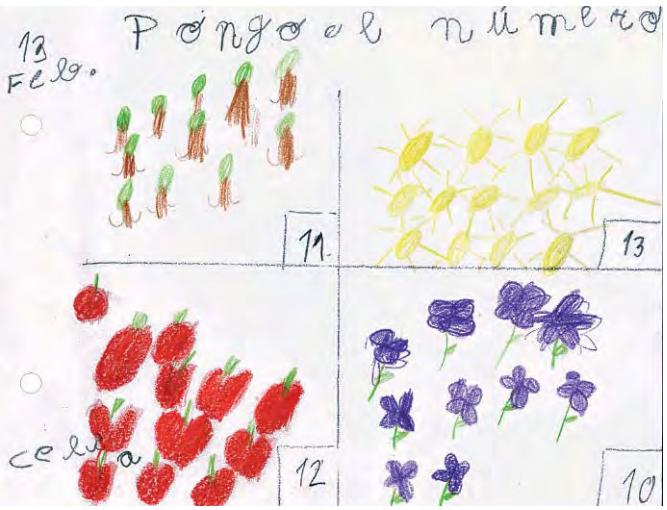
Así, jugamos con las construcciones, con la arena del recreo, con piedras, palitos, judías y garbanzos:

- Repartimos caramelos: "Uno a uno", "Señorita, yo no tengo", "A mí me has dado dos"…
- Hacemos filas: "Ponte detrás de Pedro", "Esa fila es más larga que ésta"…
- Elaboramos el calendario: "¡Hoy hay Curritos!", "Ayer llovió", "Faltan tres días azules para las vacaciones"…
- Repartimos lápices de colores en cada caja: "En ésta sobran dos azules", "Aquí faltan dos lápices marrones"…
- Y cada caja en cada mesa: "La caja 1 en la mesa 1"...

Hacemos los "cuadritos", repartimos los sobres para casa, las galletas para la merienda, hacemos collares con las bolitas de colores, torres con los bloques lógicos y trenes con las regletas. Escribimos los números en el aire, en la arena, en la pizarra y con pincel. Contamos los días, las perchas, los abrigos, los niños que faltan… todo para más tarde, ya en la clase V, distinguir tamaños, colores y formas, para añadir y quitar, para comparar, descomponer, asociar y relacionar.

Invento figuras con los bloques lógicos.
Nicolás. Clase V.

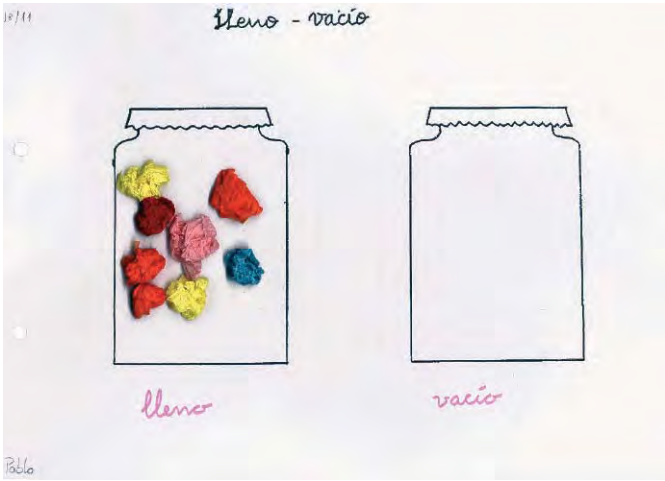
Reconozco y dibujo el número.
Clase V.



Cantidades: ¡Mucha nieve!
Clase III.

Si consideramos fundamental la manipulación directa de los objetos que el niño tiene a su alrededor y que le interesan, no nos olvidamos de otro tipo de actividades que complementan a la primera: el juego libre y dirigido, el trabajo individual y la memorización. Todo lo que en definitiva ayude a facilitar la resolución autónoma y personal de los pequeños problemas que plantea la vida cotidiana, porque el mundo del número, de la medida, de la lógica, del cálculo, de la geometría y de la resolución de problemas surge de la propia necesidad de vivir.

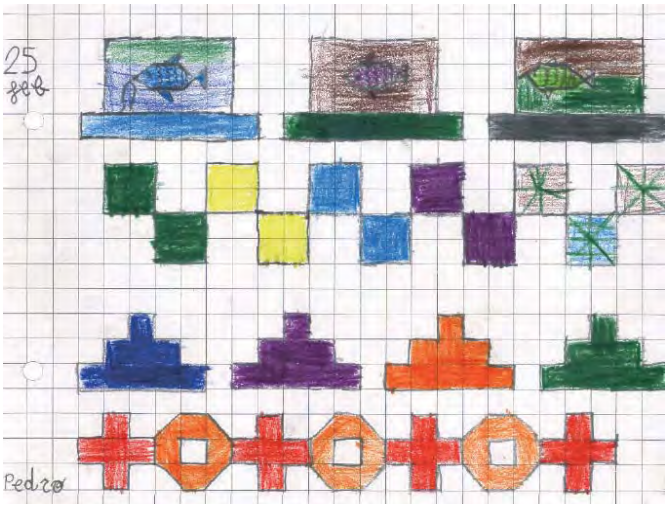
Profesoras de Educación Infantil

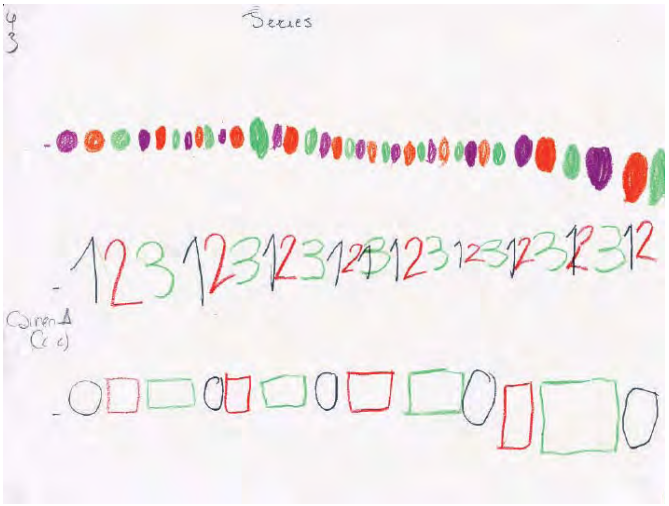


Derecha: *Trabajo de cantidades. Arrugo y pego papel de seda. Clase III.*

Abajo: *Series de 3 colores, 3 números y 3 formas. Clase IV.*

Hacemos "cuadritos" para afianzar la orientación espacial. Clase V.





clase VI

Contamos y sumamos con los números

Dada la prioridad que en este grado tienen la lectura y la escritura, el programa de Cálculo es muy básico.

Debido a que el niño de seis años todavía está en un estadio concreto y no es capaz de pasar a lo abstracto, nos tenemos que ayudar con números hechos por ellos mismos, según el orden de lista. Los diez primeros son del color de las regletas y el resto se colorean con la decena en naranja y la unidad en blanco.

Después se colocan en el corcho de la clase para poder utilizarlos a lo largo de todo el curso. Les servirán de apoyo para reconocerlos, saber el lugar que ocupan y afianzar conceptos como: anterior, posterior o siguiente, en medio, etc. y, por supuesto, para aprender las parejas del 10 –base para un cálculo mental rápido– que consideramos muy importante. Por ello hacemos muchos ejercicios orales, para que el niño piense y calcule cuánto le falta a cada número para llegar a 10 *(fig. 1)*.

Luego memoriza estas parejas y más tarde las aplicará en ejercicios de sumas, buscando primero dos números que sumen 10 –la pareja– y completando la operación *(fig. 2)*.

Paralelamente se enseña la grafía correcta de los números. Dentro del apartado de lógica se trabaja con los días de la semana y los meses del año para que aprendan varios conceptos: secuencia lógica de una serie, orden que ocupa cada uno; por ejemplo: "Si hoy es miércoles, ¿qué día fue ayer?, ¿qué día será mañana? y dentro de tres días, ¿qué día será?".

Dentro del apartado de percepción y orientación espacial el niño será capaz, a través de diversos ejercicios, de ir afianzando su lateralidad con respecto a sí mismo y al plano en el que trabaja, pues es clave para, en cursos superiores, tenerla adquirida *(figs. 3 y 4)*.

Más tarde, se inicia el estudio del número como tal a través de las regletas. En primer lugar se conoce el valor y color que corresponde a cada regleta *(fig. 5)*.

Después se añade la unidad a cada una de ellas para que el niño capte que siempre que sumemos la unidad nos dará el número siguiente y si la quitamos, el anterior.

A continuación se enseña la descomposición de los números manipulando las regletas, haciendo mucho hincapié en el orden lógico, en el trabajo hecho con rigor y razonando el porqué de la propiedad conmutativa sin nombrarla. Por último, el niño lo plasma gráficamente en hoja cuadriculada, complementando este ejercicio con sencillas sumas *(fig. 6)*.

Para terminar se les inicia, con ayuda de la regleta 10, en el conocimiento de la decena y en la formación de números del 10 al 99, realizando ejercicios como por ejemplo:

–¿Cómo se forma el número 45?
(45 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5)
–Tres decenas y cuatro unidades. ¿Qué número es?
–El número 28. ¿Cuántas decenas y unidades tiene?

Dado que todo el programa de la clase VI se basa en la manipulación y en ejercicios donde predomina el color, el niño al final de curso logra iniciarse en algo, para él tan abstracto, como el cálculo, lo consigue con diversión, sin agobios y comprendiendo lo que hace.

Profesoras de la clase VI
y *Cristina Cano,* profesora de la clase de Apoyo

FIG. 1

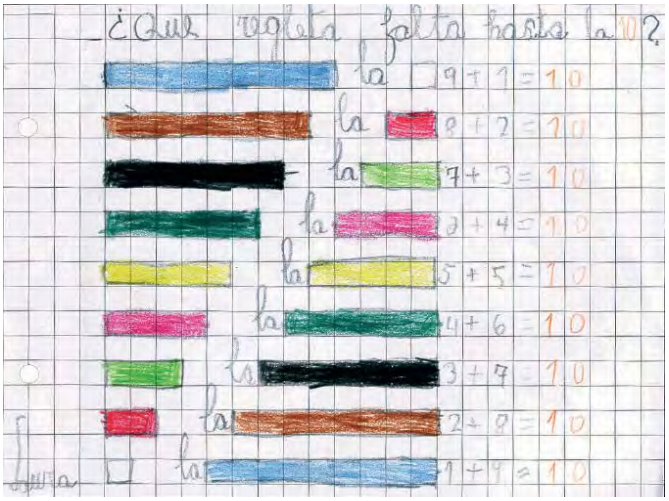


FIG. 2

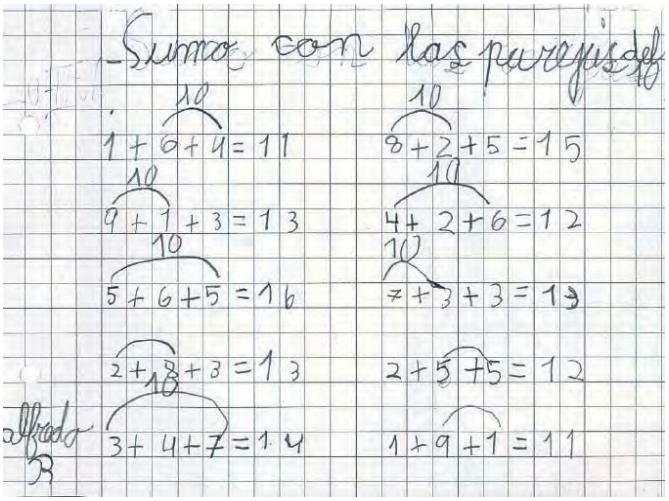


FIG. 3

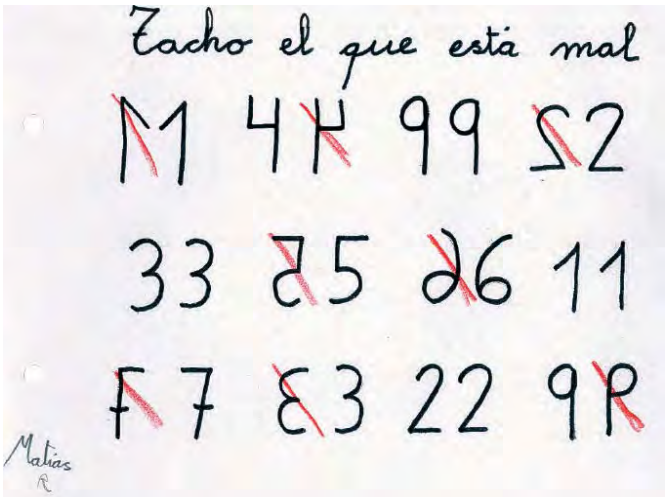


FIG. 4

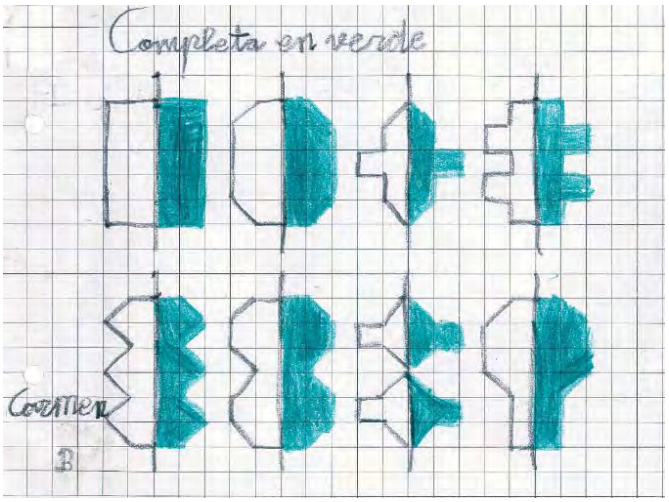


FIG. 5

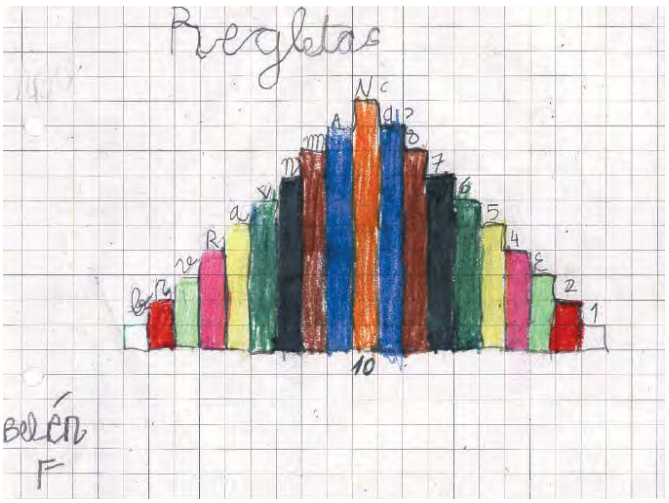


FIG. 6

clase VII ¡Por fin multiplicamos!

El Cálculo de las clases VII es muy importante pues ha de desempeñar un papel formativo básico de capacidades intelectuales de nuestros alumnos.

Si hay algo que les interese y provoque curiosidad a los alumnos es averiguar cuándo van a aprender a multiplicar. Les atrae a todos, pues saben por sus hermanos y compañeros de ruta, que es algo que se hace en la clase VII. Pero hasta llegar a esta "emocionante" operación pasamos dos trimestres en los que se trabaja el cálculo todos los días de la semana, tanto oralmente como por escrito. Empezamos repasando todas las nociones aprendidas en la clase VI.

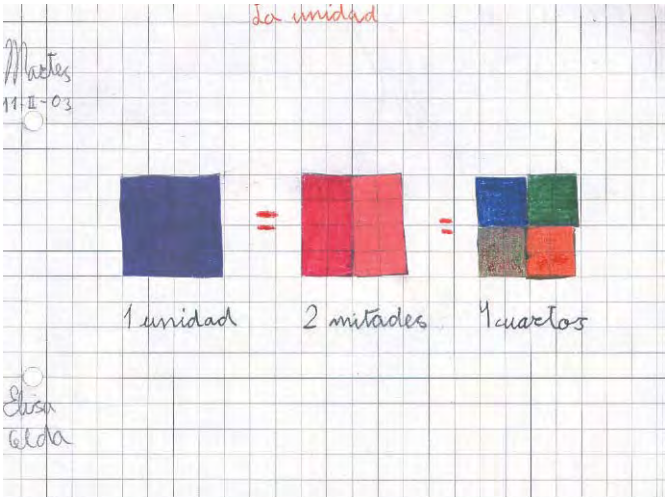
En las clases orales intentamos crear un clima ameno y divertido donde los niños se sientan seguros, muestren curiosidad e interés, descubran la magia en el manejo de los números, se sientan satisfechos razonando con lógica los pequeños problemas y consigan una buena mecánica operativa.

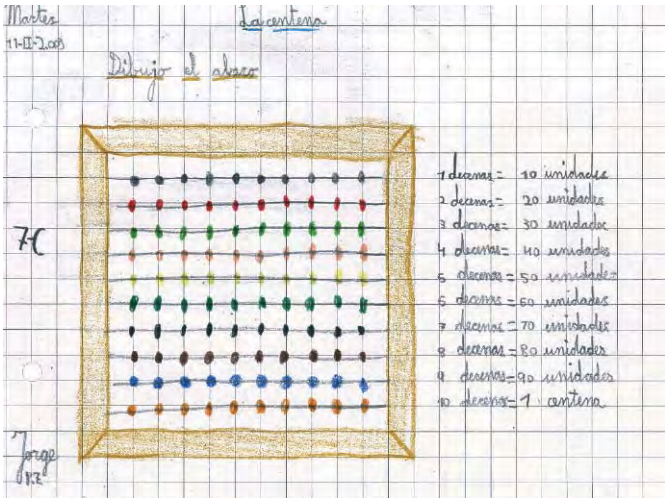
Manejan instrumentos sencillos como el ábaco, botones, regletas y objetos que tienen a su alrededor para

10, 20, 30… ¡100! La centena con el ábaco.

Añadimos, quitamos, llegamos a la decena… con botones.

Escaleras y descomposición de regletas.





Trabajos realizados por los alumnos de la clase VII.

conseguir un proceso de aprendizaje que va desde lo estrictamente manipulativo y concreto hasta lo simbólico y abstracto.

En la pizarra resuelven ejercicios y más tarde los realizan en su hoja de cuadros que tienen expresamente para Cálculo.

Partiendo de los conocimientos de la VI realizan los siguientes ejercicios y actividades: leen y escriben números, hacen sumas y restas sencillas, recordamos los colores de las regletas, llegan al conocimiento de los pares e impares manejando parejas, retomamos la noción de decena realizando múltiples ejercicios e introduciendo "el casillero", cuadro donde colocan de manera adecuada las unidades y decenas y que más tarde ampliaremos con las centenas.

Con la decena y en concreto con el número 10 y sus parejas, ejercitamos el cálculo rápido y se emocionan cuando descubren sus propios "trucos" para resolver con más facilidad las operaciones. Cuando ya han adquirido y afianzado el conocimiento de la decena se les introduce la noción de docena como 1 decena más 2 unidades y la centena y millar, siempre ayudadas por el manejo del ábaco y demás instrumentos.

Aprenden a sumar llevando, a escribir y nombrar nuevas cantidades hasta el millar y descomponen en millares, centenas, decenas y unidades.

Llega el momento tan esperado. Iniciamos a los niños y niñas en la multiplicación partiendo del estudio de la descomposición de regletas como suma de sumandos iguales. Estudian las tablas del 2 (contando pares), del 3 (contando tríos), la del 4, 5 y 10.

Cada semana se hace un problema de enunciado corto que tenga relación con el tema de lecciones de cosas que se estén dando. Para resolverlo deben seguir unos pasos: leerlo, pensarlo, interpretarlo, plantearlo,

operar y dar la solución. Al final de curso son capaces de inventar sus propios problemas.

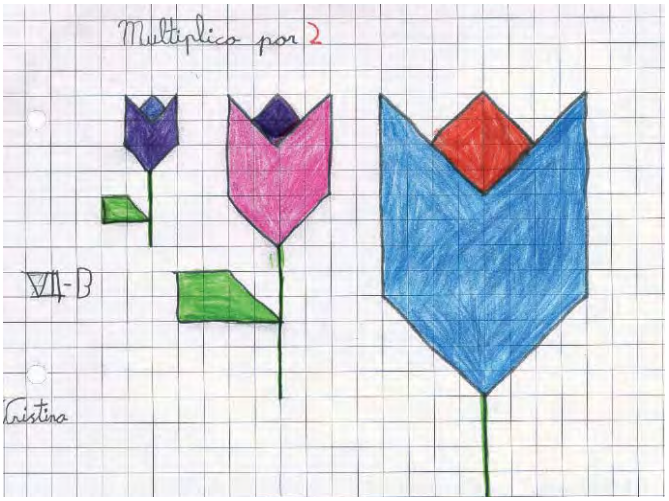
Después de que los alumnos han trabajado el sistema de numeración y han llegado al conocimiento de que el número natural es una magnitud concreta se les enseña las medidas naturales invariables como el metro; cada alumno confecciona el suyo propio. Se les inicia en el conocimiento de la balanza como instrumento para pesar. Otro sistema con el que el niño se enfrenta a diario y que debe manejar es el monetario. Conocen el valor de las monedas y hacemos ejercicios y operaciones. Este sistema nos sirve para explicarles el valor de las cosas, no necesariamente las materiales, y trabajamos la solidaridad con los demás.

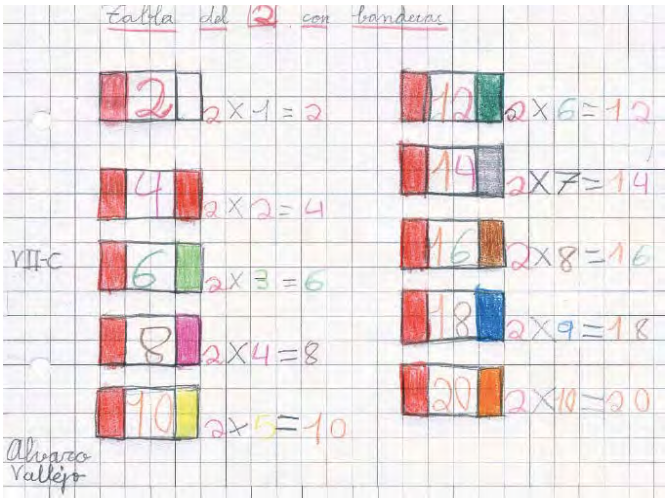
La última unidad que el niño tiene que conocer, pues toda su vida se mueve de acuerdo con él, es el tiempo. El reloj, el calendario, son instrumentos que ellos van a confeccionar y van a aprender a usar. Muchos saben leer la hora aunque para la gran mayoría, este es el momento en que aprenden a saber qué hora pone en el reloj que llevan en la muñeca. Con el reloj que cada uno ha hecho en casa jugamos y aprendemos las horas en la clase.

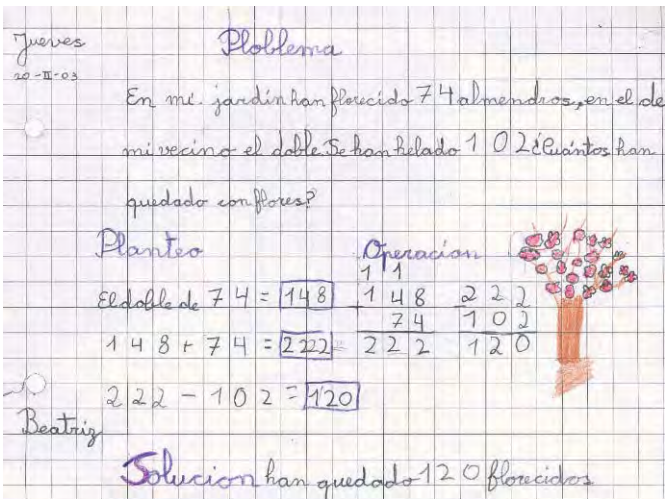
Los alumnos acaban el curso alcanzando un buen rendimiento en esta materia y sobre todo con una actitud positiva, alegre, satisfactoria y gusto por las matemáticas.

Qué alegría para nosotras, las maestras de la VII, que años más tarde nos vienen a visitar arquitectos, matemáticos, ingenieros... que recuerdan el ábaco de colores y los botones con los que se les inicia en el mundo de los números.

Profesoras de la clase VII







clase VIII

La ilusión de dividir

A los ocho años las matemáticas son la vida real. Los números no son extraños dibujos que componen un lenguaje abstracto; son los lápices del estuche, los cromos de una colección, los compañeros de clase, las sillas y las mesas del aula, los libros de biblioteca, los balones, las bolsas de gimnasia... todo aquello que se puede contar, clasificar, unir, separar, repartir.

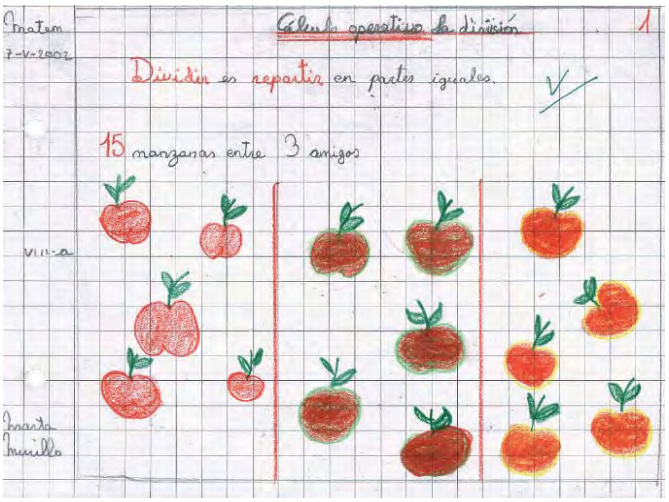
La experiencia propia de los niños de esta edad les ha hecho asimilar, de forma intuitiva, operaciones matemáticas que no son más que situaciones cotidianas. En el aula reflexionamos sobre los números y mecanizamos operaciones para las que ya hemos acumulado realidades.

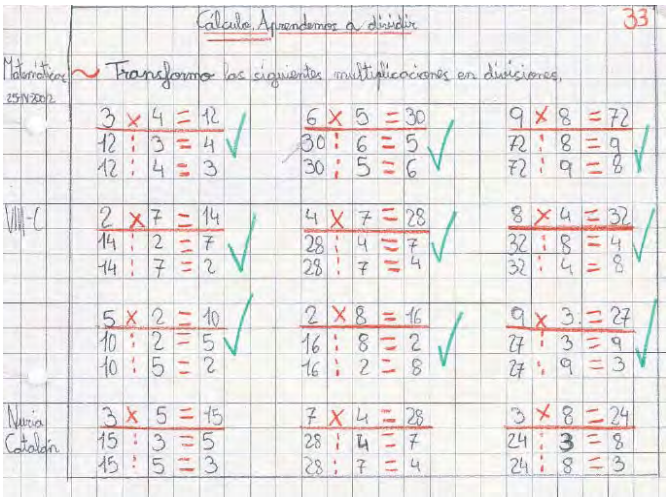
Cuando nuestros alumnos se incorporan a la clase VIII, suben la escalera que separa la I Sección de la II con un entusiasmo que se manifiesta en ganas de aprender la resta con llevadas, las tablas de multiplicar y, sobre todo, la división; lo viven como algo mágico. Ellos ya conocen el significado de más y de menos, saben sumar y restar y están empezando a entender la multiplicación.

A lo largo del curso y, poco a poco, van profundizando sobre lo que saben, creando sus propias estrategias mentales y, sobre todo, analizando su entorno y aprendiendo de él, preguntándose y encontrando respuestas en los números.

A finales de febrero comenzamos a hablar de la resta con llevadas, ya dominamos las unidades, decenas, centenas y millares. Alguno afirma, muy serio, que sabe contar hasta infinito.

Avanza el curso y nos acercamos a la división; ya





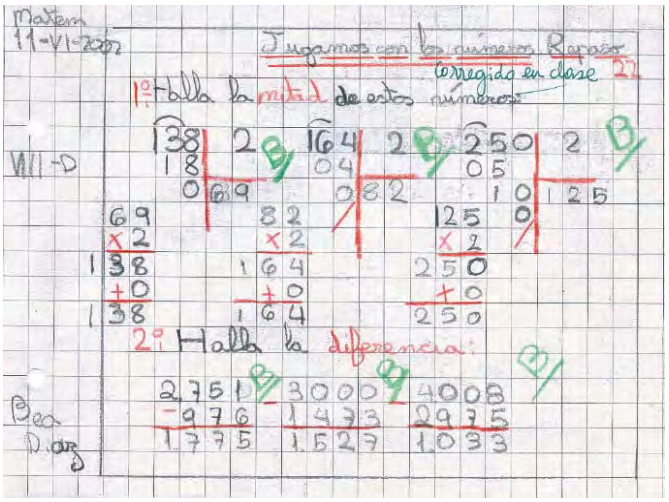
hemos adquirido agilidad con las tablas de multiplicar –que debemos saber incluso haciendo el pino– restamos sin dificultad y emocionalmente estamos preparados para repartir.

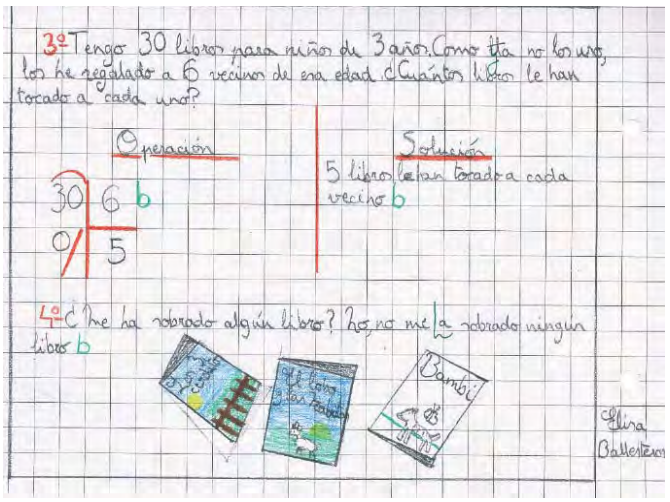
Las estanterías de la pared se van llenando de cajas de zapatos con garbanzos que esperan impacientes ese momento ruidoso en el que cada niño coloca sobre su mesa la ilusión de ser mayor y que convierte las legumbres en ovejas y corrales, canicas y bolsitas, caramelos y niños... Entre todos llegamos a la conclusión de que dividir es repartir en partes iguales. Es aquí donde el sentido de la justicia de nuestros alumnos expresa en alto su preocupación por lo que sobra –en caso de que sobre– y una vez más el niño se adelanta y salta de la división exacta a aquélla en la que aparece el resto, sorprendiendo a su señorita y demostrando lo importante que es elegir el momento adecuado para enseñar. Es fundamental estar atento para aprovechar la curiosidad y la intuición del niño, que llegan siempre puntuales, y facilitan enormemente cualquier aprendizaje.

Para nosotras, la división tiene sabor a ilusión y a fin de curso. En ella se mezclan el trabajo de un año entero, el calor del verano que llega, los nervios, los ensayos, la música de la fiesta que preparan y la satisfacción de ver tan mayores a nuestros alumnos.

Aprender a dividir es, sin duda, uno de los momentos más especiales de la clase VIII.

Profesoras del Seminario de la clase VIII





Trabajos realizados en la clase de Cálculo. Clase VIII.

clase

IX Los números decimales

En la clase IX se introducen por primera vez los números decimales partiendo de las fracciones en las cuales vemos que la unidad se puede dividir en cualquier número de partes iguales.

Hasta ahora hemos trabajado en Matemáticas con números naturales; todas las operaciones y problemas se han realizado a partir de estos números hasta conseguir el objetivo de soltura y dominio.

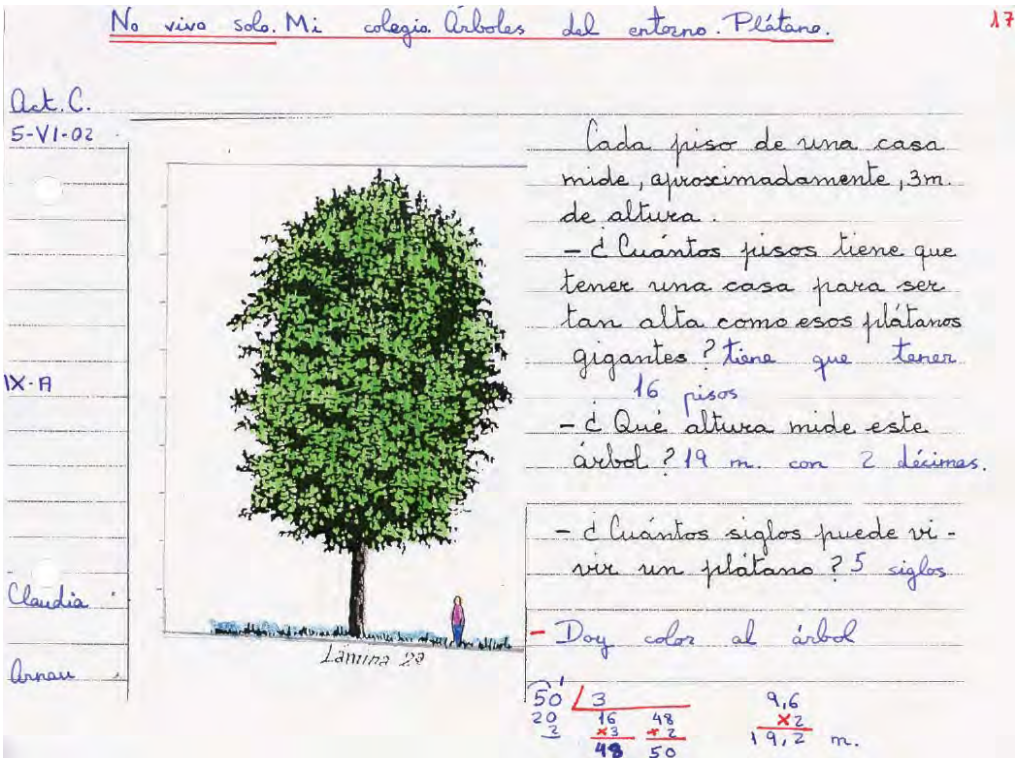
Avanzamos: no siempre las cantidades son exactas. En la vida real nos surge que al medir un árbol, al hacer la compra, al pagar una excursión... tenemos que utilizar números decimales. A partir de estos ejemplos cercanos al alumno, los profesores los vamos conduciendo hacia el concepto de décima, centésima…

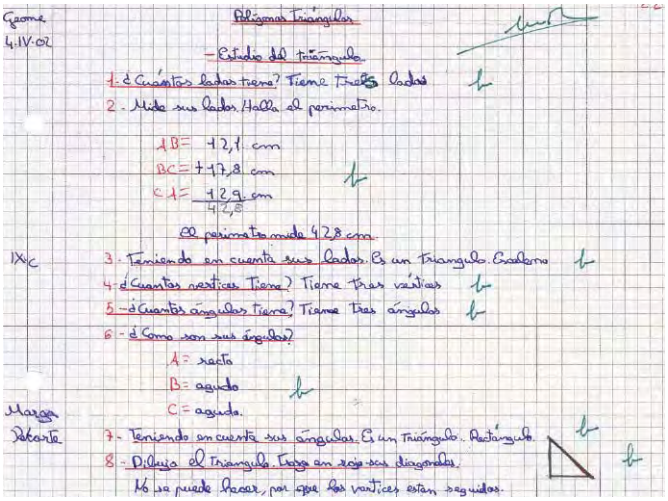
No les resulta sencillo la colocación de las cifras para la suma o resta de decimales... así como el uso de la coma en la multiplicación. Partiendo de la práctica, tanto operativa como reflexiva, asimilan estos conceptos nuevos y los manejan con la seguridad debida.

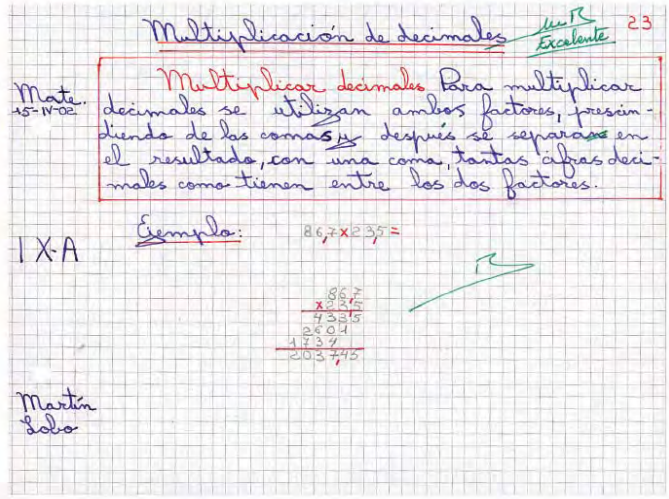
Tanto en Actividades de Ciencias como en Matemáticas se ve claramente la necesidad de estas nuevas operaciones.

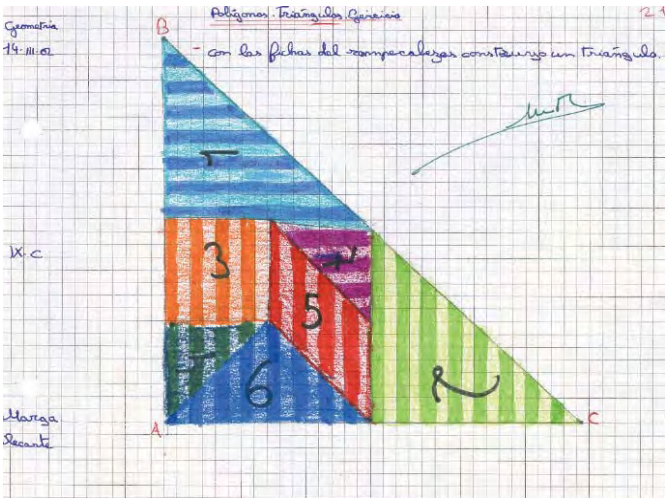
En el estudio del pruno empezamos por primera vez a aplicar las operaciones adquiridas en este curso.

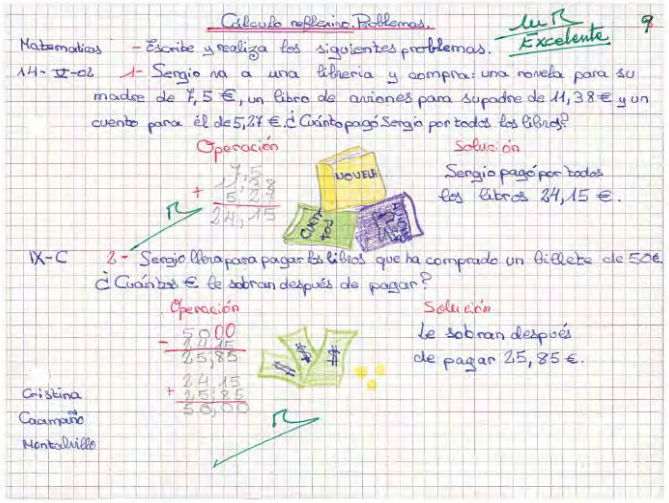
Trabajo realizado en la clase de Matemáticas. Clase IX.











Trabajos realizados en la clase de Matemáticas. Clase IX.

A partir de ahora al medir el diámetro del tronco o su altura, se hace de una manera exacta, ya que ahora pueden aplicar sus conocimientos.

Al hacer problemas relacionados con la vida real surgen los céntimos en las cantidades a pagar, esto se trasladaba hasta ahora a una cantidad entera –todo a céntimos o despreciando los céntimos y todo en euros–. A partir de ahora utilizan las operaciones aprendidas no solo en problemas de clase sino también se aplica a la Geometría y a su vida real.

Cuando un niño llega a la clase IX, la primera enseñanza que debe asimilar es tomar conciencia de que los pequeños quehaceres de nuestra vida cotidiana –Matemáticas, Actividades de Ciencias o Geometría– nos llevan al descubrimiento de que "No vivimos solos"; interiorizar este mensaje es importante y muy necesario para toda su vida.

Rosa Mª Sánchez, Matilde López
Seminario de la clase IX

clase X

Sistemas numéricos en distintas culturas

Creemos que los alumnos de la clase X están en la edad adecuada para poder entender la evolución de los sistemas numéricos en las distintas culturas a lo largo de la Historia.

Para iniciarles en este aprendizaje utilizamos un material variado y atractivo que nos permite trabajar diferentes sistemas de numeración.

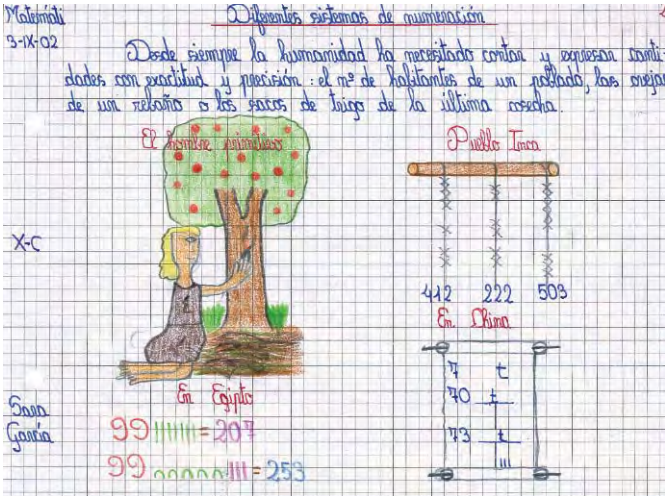
Se les enseña cómo la humanidad ha necesitado desde siempre contar y expresar cantidades con exactitud y precisión: el número de habitantes de un poblado, las ovejas de un rebaño o los sacos de trigo de la última cosecha.

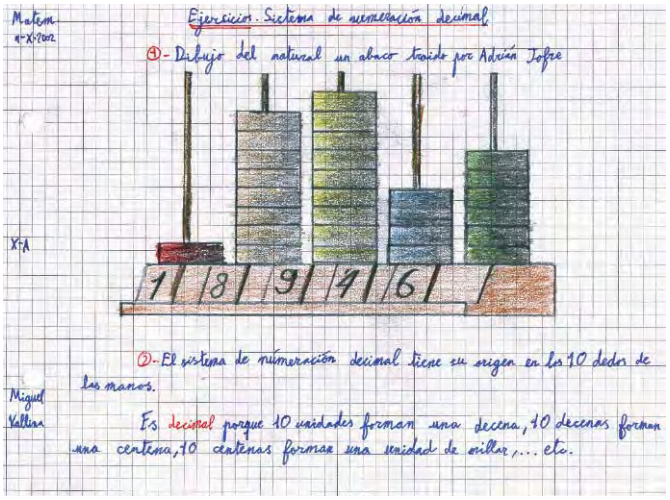
La representación de los números, desde el hombre primitivo hasta el actual sistema de numeración decimal, se trabaja en clase mediante la realización de dibujos, ejercicios y problemas que hacen los alumnos para ir aprendiendo los diferentes modos en que el hombre ha representado los números a lo largo de la Historia. Vemos cómo esos números también han viajado acompañando, tanto a los invasores árabes de la Península, como a los conquistadores en el Nuevo Mundo.

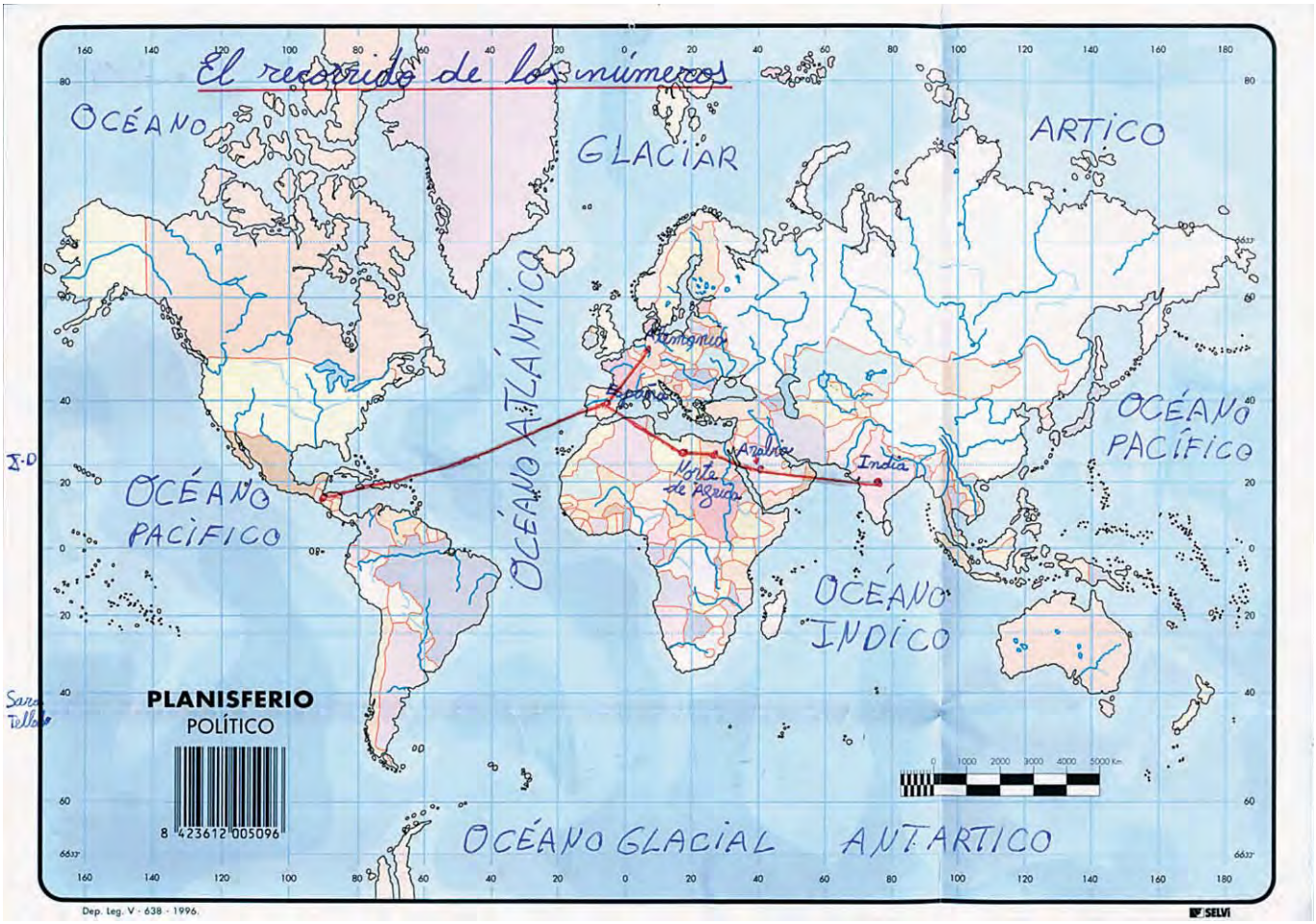
En el *Grabado de la Aritmética* aprenden que hubo un momento en el que se empezó a utilizar el sistema de numeración árabe frente al ábaco que era lento y menos práctico.

Josefina León, Ana María Carreira
Profesoras de la clase X

Trabajos realizados por alumnos de la clase X.







Grabado en madera que adorna la Margarita Philosophica de Gregorius Reisch (Friburgo, 1503): la Aritmética (simbolizada por la mujer de pie en el centro) parece zanjar el debate entre «Abacistas» y «Algoristas»; en efecto, ella está mirando hacia el calculador que usa las cifras «árabes» (cifras que, por otra parte,

Comerciante chino haciendo sus cuentas con ayuda del marcador.

Calculador romano usando un ábaco portátil, procedente de un bajorrelieve del siglo I.

Contable japonés efectuando operaciones con ayuda de un soroban. Ilustración de una obra japonesa del siglo XVII.

clase 14

La proporción áurea

Nuestros alumnos ya conocen lo que es la relación numérica entre dos números, los conceptos de *razón* y de *proporción* y empiezan a manejarlos en distintos campos: Matemáticas, Geometría, Química...

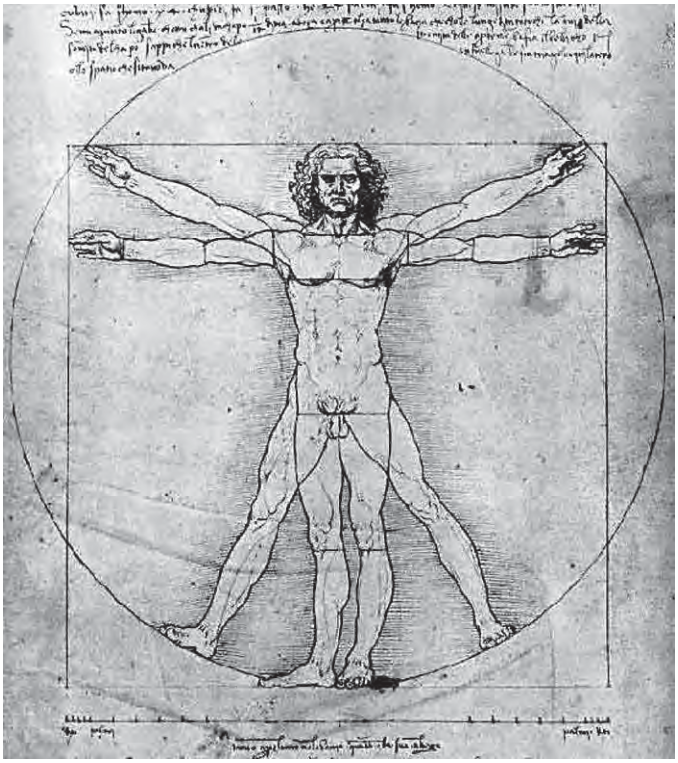
Apoyándonos en estos conocimientos y con motivo de la visita al Monasterio de San Lorenzo de El Escorial, se nos ofrece una ocasión para que los chicos tomen contacto real con la armoniosa y estética *proporción áurea*, presente en algunos elementos arquitectónicos de este edificio.

La *divina proporción* aparece en muchas formas de la naturaleza: espirales de las conchas de caracoles como el Nautilus, estrellas de mar, pétalos de determinadas flores, hojas de algunas plantas, y fue observada y estudiada en sus aspectos matemáticos desde la Antigüedad clásica, especialmente por los sabios griegos de la Escuela neopitagórica, y retomada en el Renacimiento por Leonardo da Vinci y Luca Pacioli.

Tiene conexión con muchas manifestaciones artísticas de distintas etapas históricas: Arquitectura (Cámara del Rey en la Pirámide de Keops, la fachada del Partenón, catedrales góticas), Pintura (retrato de Isabel de Este), Escultura (el Doríforo de Policleto), Cerámica, Música ...

Trabajamos una ficha explicada en la clase de Matemáticas y cuyo destino final será el fichero de Historia. En ella se define la *proporción áurea*: división o partición de un segmento de forma que se verifique que:

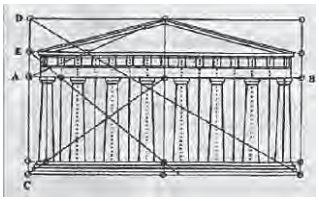
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

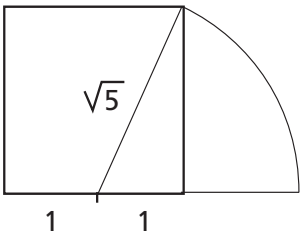


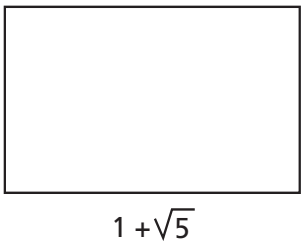
La razón entre estas magnitudes es el *número de oro*, un número irracional con infinitas cifras decimales no periódicas:

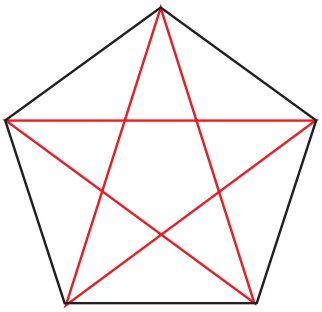
$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618033988\ldots$$

El hombre ideal de Leonardo da Vinci está dibujado de acuerdo a la proporción áurea, de forma que la razón entre la altura total del cuerpo y la altura hasta el









ombligo es también el número de oro. Este dato lo tienen muy en cuenta nuestros alumnos, quienes se animan rápidamente a medirse y comprobar, en la mayoría de los casos con alguna desilusión, si ellos son también hombres y mujeres ideales. Pero todos pasan un buen rato.

Realizan también un trabajo de Matemáticas en el que comprueban que la razón entre la diagonal y el lado de un pentágono regular, o entre el segmento más largo y el más corto en que queda dividida la diagonal al ser cortada por otra, es el número de oro; aprenden a trazar *rectángulos de oro*, en los que la razón entre sus lados vuelve a ser el número áureo, y estudian sus propiedades.

Terminan la preparación con la lectura del soneto *A la divina proporción* de Rafael Alberti:

A ti, maravillosa disciplina,
media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu ley divina.
A ti, cárcel feliz de la retina,
áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de mesura
que el Universo armónico origina.
A ti, mar de los sueños, angulares,
flor de las cinco formas regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.
Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente.
A ti, divina proporción de oro.

Cuando por fin llega el día de la excursión a El Escorial, y una vez vencida la tenaz vigilancia de los guías, solo les queda hacer una última comprobación: medir las ventanas y dividir la longitud del lado mayor entre la del menor para hallar la razón entre los mismos. Otra vez es el número de oro, las ventanas son rectángulos áureos. Y regresan al Colegio con sus resultados anotados, aunque algunos tuvieron más suerte que otros porque no en todas las ventanas se obtiene el mismo cociente. De clase en clase se corre la voz sobre cuál es aquélla en la que los decimales del resultado se aproximan más al valor buscado. El siguiente grupo lo tendrá más fácil.

Profesores de Matemáticas.
III Sección

todos Intuimos, razonamos y aprendemos

El mayor reto en la enseñanza de las matemáticas es conseguir que se convierta en una asignatura asequible, basada en el razonamiento, en la que cualquier alumno trabajando con orden y rigor se sienta capaz de progresar a partir de sus propios conocimientos.

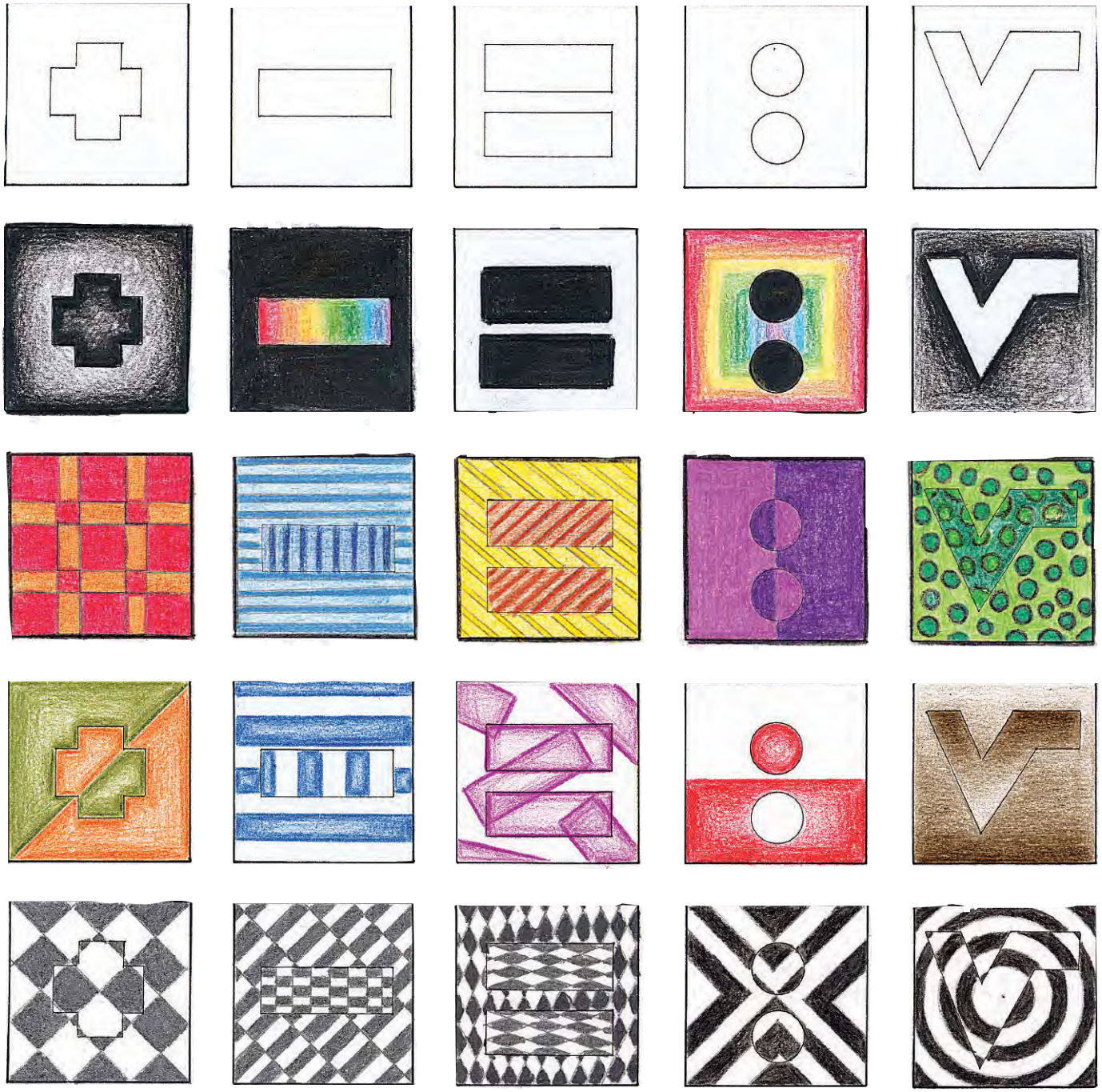
Procuramos siempre empezar la introducción de un nuevo tema recordando lo que ellos saben para que puedan enlazar y tener la sensación de avance desde su propio nivel, la idea de continuidad tan necesaria para que no se sientan perdidos. Lo importante es que ellos no tengan la impresión de que se les da una definición o se comienza una explicación sin un motivo; tienen que entender que existe un porqué y ver claramente cómo se establece una relación entre lo que ellos han estudiado antes y la nueva materia y cómo todos sus conocimientos anteriores son los que les permiten afrontar este estudio.

Quizá la formación de los alumnos consista precisamente en eso, en enseñarles a abordar el estudio de un tema nuevo con los conocimientos ya adquiridos, a plantearse retos, a confiar en su propia capacidad de análisis y razonamiento, a desarrollar su sentido crítico, a pensar con orden, a seguir un método, a ser rigurosos y a la vez atrevidos, a dudar, a consultar textos. Todo esto es lo que les va a quedar para el futuro, los detalles, la fórmula concreta o la definición se olvidan con el tiempo y cuando se necesitan pueden encontrarse en cualquier libro; pero sentirse capaces de entender y saber dar los pasos necesarios para conseguirlo, con la seguridad de que una vez asimilado un concepto se puede trabajar con él hasta donde sea necesario, es un tesoro que merece la pena esforzarse en trasmitirles.

Se trata también de conseguir que comprendan y vean con claridad aquello que estamos introduciendo, inculcarles que lo importante es la idea porque una vez entendida vamos a poder manejarla con más facilidad y estaremos en condiciones de centrarnos en el aspecto formal, dar entonces una definición, una fórmula, unas unidades, un mecanismo de cálculo o cualquier herramienta necesaria para trabajar. Si hemos conseguido nuestro propósito todo esto van a poder hacerlo ellos casi solos, es decir podrán reflejar un concepto en una definición, aunque ésta no sea del todo correcta y tengamos que ir corrigiendo y matizando el vocabulario; sabrán ver en qué unidades se mide una magnitud, serán capaces de expresar las diferentes operaciones y la forma de realizarlas, en definitiva entenderán lo que están haciendo, el porqué y podrán asimilarlo con más facilidad. Habremos conseguido darles seguridad y hacerles entender que las matemáticas simplemente utilizan un lenguaje especial, elegante y riguroso para comunicar o expresar ideas.

Ana Fernández del Amo
Profesora de Matemáticas, IV Sección

Página siguiente: *Fondo y figura con símbolos matemáticos. Taller de Diseño.*
De arriba abajo: *Símbolos propuestos y dibujos de Rita Marantos, Ana García, Paloma Matía y Arturo López. Clase 16.*



clases 13 a 18

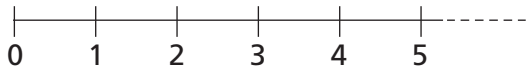
Conjuntos de números

Abajo:
Representaciones del uso de los números enteros en la vida cotidiana.

Uno de los hilos conductores que marca la enseñanza de las matemáticas a lo largo de los distintos cursos es la introducción progresiva de los diferentes conjuntos numéricos.

El primer contacto con los números se produce en sus primeros años, cuando empiezan a contar, son el 1, 2, 3, ... etc. y aparecen como un símbolo que representa un concepto, una cantidad, es decir refleja una realidad; estos números se unen (o reúnen) en un conjunto con un nombre muy significativo: *Números Naturales (N)*. En los cursos siguientes se les va enseñando a operar con este tipo de números: primero la suma como una forma de agrupar cantidades, la multiplicación para abreviar esa suma, la división para poder repartir, etc. siempre con la idea de que una operación no es solamente un mecanismo sino que permite formalizar una idea.

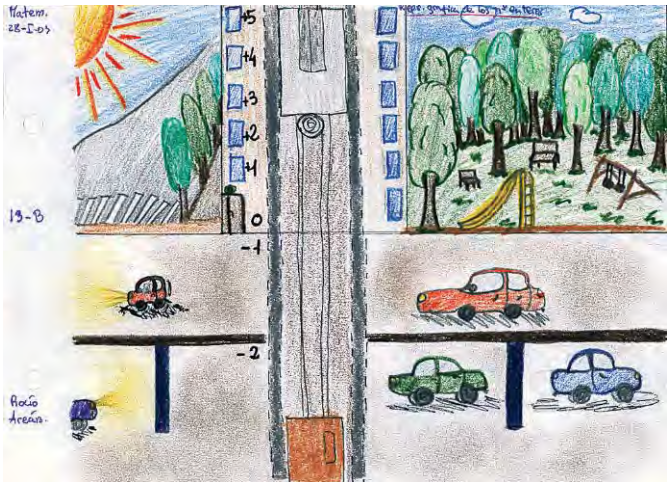
Estos números pueden representarse gráficamente sobre una recta en la que quedan muchos huecos que se irán rellenando progresivamente:

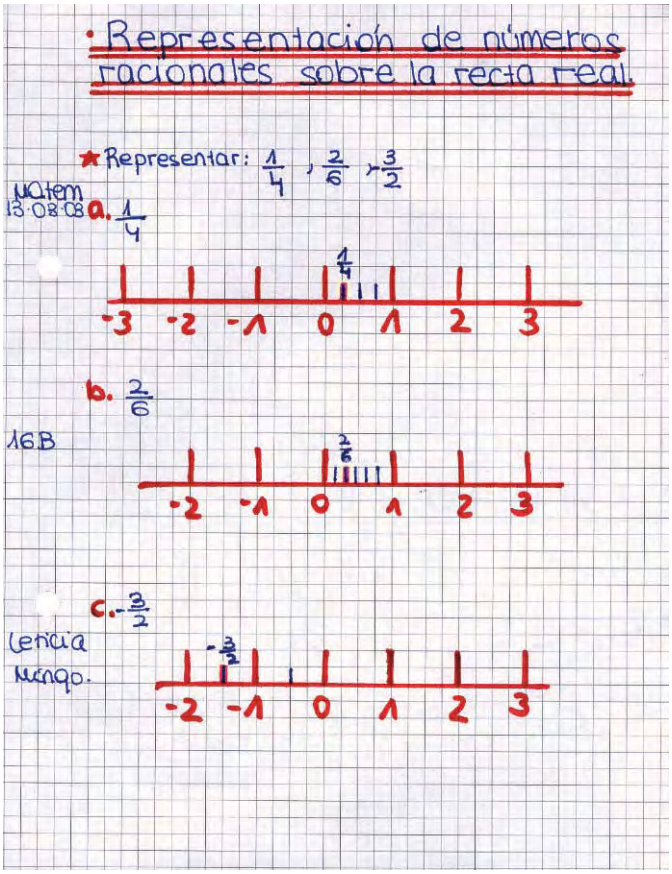


Repasando estas operaciones se les puede hacer ver el hecho de que no siempre es posible realizarlas obteniendo como resultado números naturales, por ejemplo no se pueden restar ni dividir dos números naturales cualesquiera sino que en cada curso la señorita tenía mucho cuidado al preparar el trabajo para que no aparecieran operaciones imposibles para ellos.

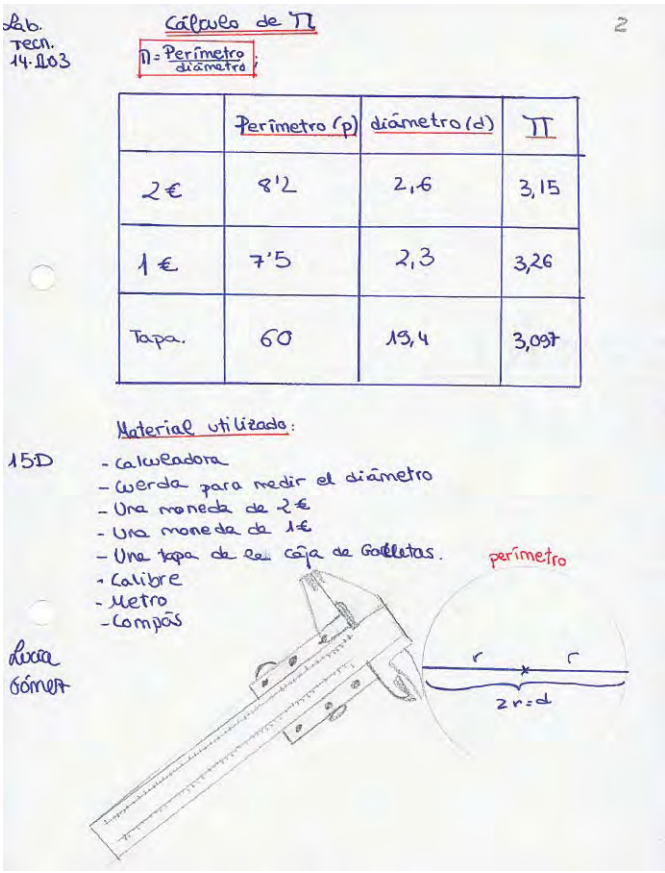
¿Cómo se supera esta aparente dificultad? Aquí se introduce ya la idea de ampliar los conjuntos numéricos, de definir o crear un nuevo tipo de números que permitan realizar estas operaciones y den un significado a estos nuevos números.

Una de las operaciones que crea problemas es la división ya que en numerosas ocasiones al repartir una cantidad no es posible que todas las partes sean iguales y enteras; de hecho estaban acostumbrados a la idea de *resto* como aquella cantidad que sobraba al repartir.





Representación de números racionales sobre la recta real.



Medida del número π.

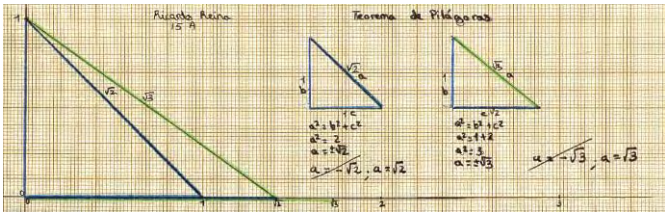
Llegó un momento en que para poder dividir dos números sin dificultad aparecieron los números decimales que expresados mediante "comas" o en forma de fracción permitían definir el conjunto de *Números Racionales (Q)* que incluye a los anteriores y en el cual ya están definidas, sin restricciones, la suma, multiplicación, división y potencia (como una forma más rápida de multiplicar).

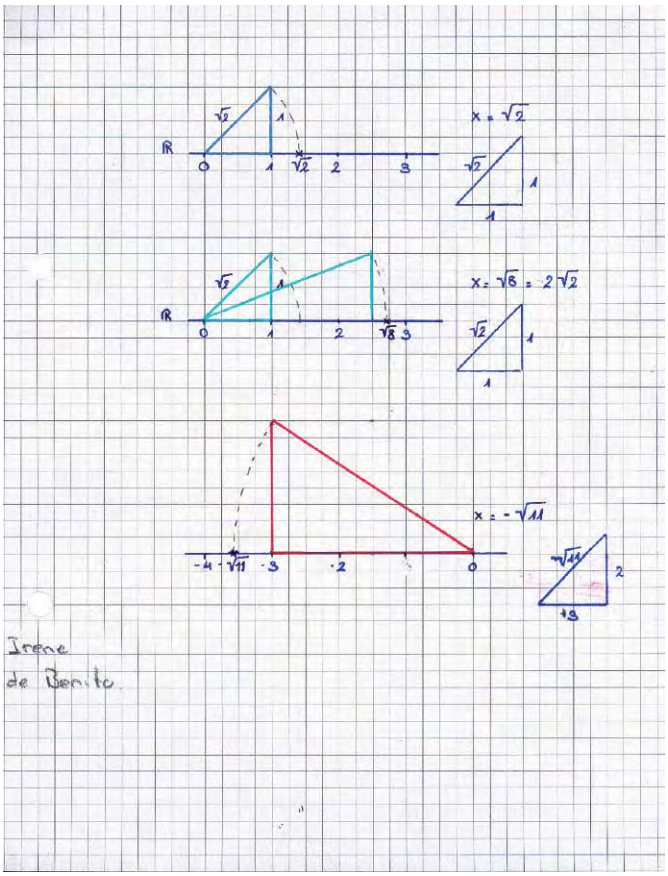
Algunos de los huecos que quedaban en la recta se llenan con estos nuevos números.

Aparece después la idea de número negativo para expresar deudas, el tener o deber, posiciones por "encima de" o por "debajo de" –profundidades por debajo del nivel del mar, sótanos en un edificio, etc.– temperaturas bajo cero y todo aquello que requiera distinguir con un signo dos números, que si no, serían iguales.

Definir el conjunto de *Números Enteros (Z)* nos permite no tener problemas con la resta y amplía esa representación gráfica de forma que la recta ya no empieza en el cero.

La siguiente pregunta sería si ya pueden realizar cualquier operación con la tranquilidad de saber hacerla y de que el resultado va a ser un número racional; es decir, un número que puede expresarse en forma de fracción, y que se caracteriza, o bien por tener un número finito de cifras decimales, o, si éste es infinito, entonces estas cifras se repiten. Es el momento de pensar en la raíz cuadrada, operación que aprendieron hace unos años, y recordar también el número de oro y el número π, del que ya se les ha hablado y que obtienen





Representaciones de números irracionales.
Ricardo Reina. Clase 15.
Irene de Benito. Clase 16 C.

ellos mismos al medir con un hilo la longitud de cualquier circunferencia y dividir ese valor entre su diámetro.

Al ver que todavía hay un tipo de números, a los que llamamos números irracionales para expresar el hecho de que no son racionales, que no están incluidos en este conjunto, vuelve a aparecer la necesidad de ampliar los conjuntos numéricos para darles cabida. Surge así el conjunto de *Números Reales (R)* que incluye a todos los anteriores.

Aprenden también a representarlos sobre la recta que, ahora sí, queda totalmente llena.

El orden en que se han ido introduciendo los diferentes conjuntos no coincide con el teórico, pero es fácil hacerles ver en este momento cuál es la relación real entre ellos.

¿Están ya en condiciones de afrontar cualquier operación? Todavía nos falta poder resolver algunas raíces que aparecían en las ecuaciones de segundo grado y que les llevaba a escribir "no existe solución" para indicar que el resultado no era un número real.

Si: $x^2 = -9 \rightarrow x = \sqrt{-9}$ que "no tiene solución" ya que no existe ningún número real que elevado al cuadrado dé como resultado un número negativo: $(?)^2 = -9$

La forma de resolver esta dificultad es otra vez la definición de un conjunto más amplio que dé cabida a estos nuevos números. La introducción de este conjunto lleva una referencia histórica –hasta el siglo XIX no tuvieron una estructura como conjunto– para hacerles ver la dificultad de comprensión que presentan, ya que no es fácil reflejarlos en una realidad tangible como

ocurría con todo lo anterior; su propio nombre Complejo o Imaginario muestra este problema.

Utilizando diferentes ejemplos se busca una estructura común observando que en todos aparece la expresión $\sqrt{-1}$ que recibe el nombre de unidad imaginaria, se representa por *"i"*, y va a permitir escribir estos números de una forma más asequible, solventar las dificultades al operar y poder trabajar con ellos de forma similar a como se hace con los *números reales*. Esto nos permite incorporar el nuevo conjunto con la confianza de que la forma de realizar las operaciones no va a ser algo diferente.

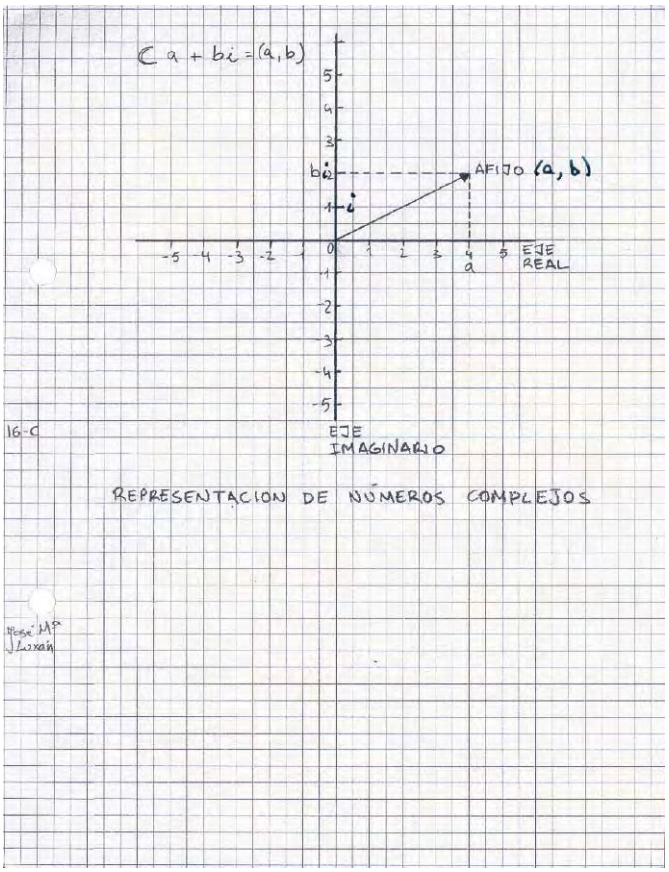
$$\sqrt{-4} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{-1} = 2\cdot\sqrt{-1} = 2i$$

$$3 + \sqrt{-25} = 3 + \sqrt{25}\cdot\sqrt{-1} = 3 + 5\cdot\sqrt{-1} = 3 + 5i$$

En general podemos escribir un número complejo como suma de dos términos: $a + bi$ donde a y b son números reales ya conocidos.

Estos números poseen dos partes y por ello su representación gráfica necesita ahora dos rectas de forma que cada número complejo aparece asociado a un punto del plano; supone un salto a las magnitudes en dos dimensiones.

Lo que nos queda es ya más fácil porque consiste en seguir los mismos pasos que se han dado siempre, es decir, definir la forma de operar con ellos pero teniendo claro que no son operaciones nuevas, que la suma sigue siendo la agrupación de cantidades de una misma cosa, etc. y que por ello no tienen más que aplicar aquello que ya saben al estudio de este nuevo conjunto.



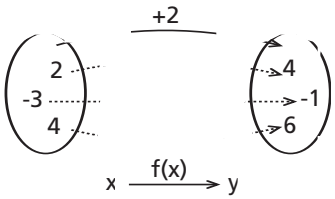
El conjunto de los *Números Complejos (C)* incluye a todos los anteriores, completa el estudio y ampliación de los conjuntos numéricos y permite realizar cualquier operación.

Profesores de Matemáticas,
III y IV Sección. Clase 18

clases 13 a 18

Funciones

La idea de *función* se introduce como una forma de asociar o relacionar entre sí dos conjuntos numéricos. Esta asociación se establece mediante un criterio que suelen ser una o varias operaciones matemáticas, y es importante que cuando empezamos a trabajar con funciones quede clara la idea de que la única diferencia entre las distintas funciones está en el criterio que utilizan para establecer dicha asociación, ya que será el hilo conductor del estudio que van a realizar a lo largo de varios cursos en el que aprenderán a analizar y representar diferentes tipos de funciones profundizando en él a medida que adquieran las distintas herramientas matemáticas.



Aparece el concepto de variable (*x*) como una forma sencilla de representar a todos los elementos del primer conjunto que quedan asociados con los números del segundo a los que representaremos con la letra *y*.

$$x \longrightarrow y = f(x)$$

Conseguimos así pares de números (x, y) que necesitan dos rectas o ejes para poder representarse de forma que cada par se asocia con un solo punto del plano *(fig. 1)*.

Si representáramos todos estos pares de valores y uniéramos los puntos obtenidos, tendríamos la *gráfica* de esta función como algo característico que permite identificarla, diferenciarla de las demás e incluso predecir su comportamiento.

Los conjuntos que asociamos mediante las funciones no son algo abstracto, representan magnitudes concretas que se estudian a lo largo de los diferentes cursos en distintas asignaturas: será la posición de un cuerpo en movimiento asociada al tiempo, la temperatura en los días de la semana, datos sobre la población de un país referidos a distintos años, la longitud de un muelle y el peso que lo deforma, etc.

Las funciones más sencillas y las que primero se estudian son las que utilizan la suma y la multiplicación y en ellas las magnitudes que se asocian aumentan o disminuyen en la misma proporción por lo que su gráfica es una recta *(figs. 2 y 3)*.

El siguiente paso es ir introduciendo funciones en las que aparece la variable al cuadrado, cuya gráfica reflejará el hecho de que una de las magnitudes aumenta o disminuye de forma más rápida que la otra y será una curva llamada parábola *(figs. 4 y 5)*.

Aparecen también funciones que asocian magnitudes que varían de forma inversa: cuando una de ellas aumenta la otra disminuye lo que da lugar a una curva en la que aparece por primera vez la idea de "acercarse tanto como queramos" a un valor pero sin llegar a alcanzarlo; es un primer contacto con la idea de *límite* y el concepto de infinito *(fig. 6 en página 28)*.

FIG. 1

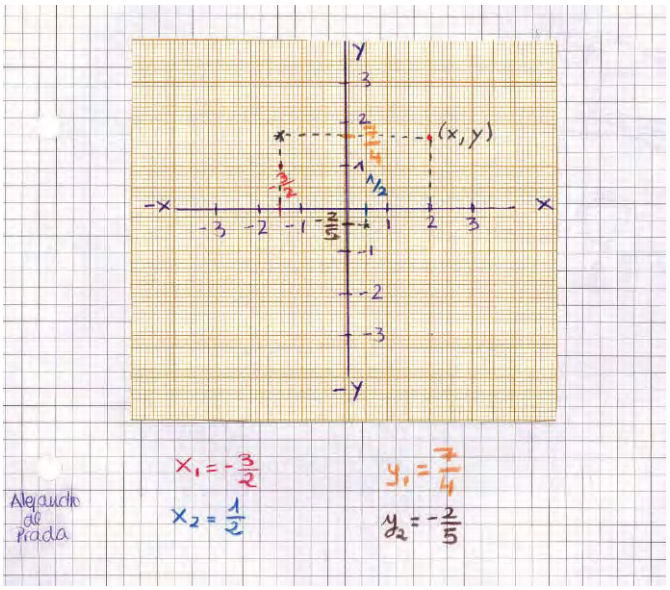


FIG. 2

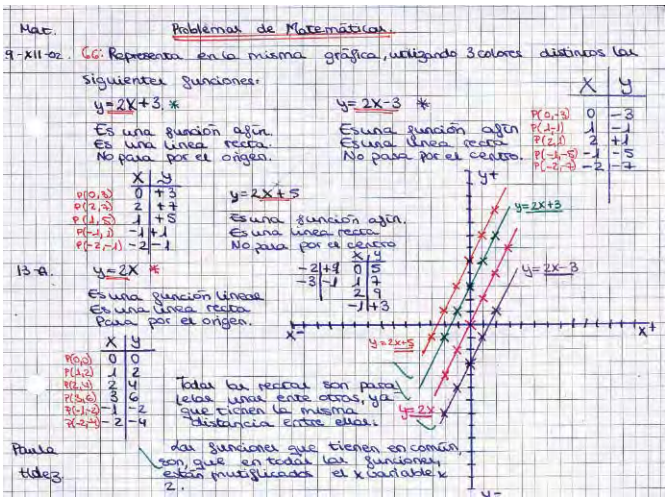


FIG. 3

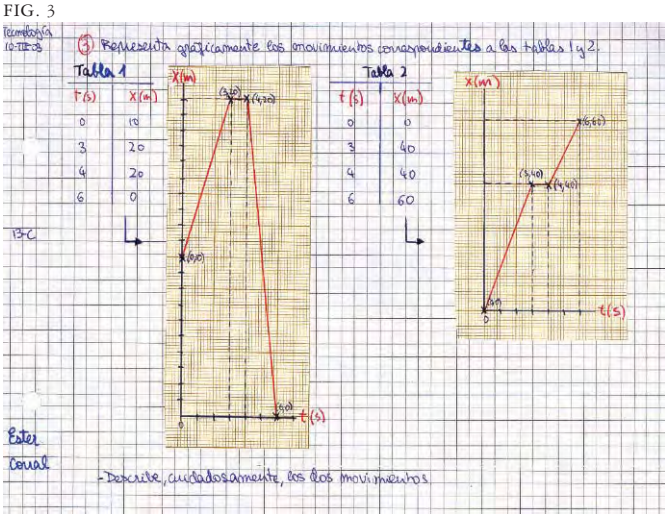


FIG. 4

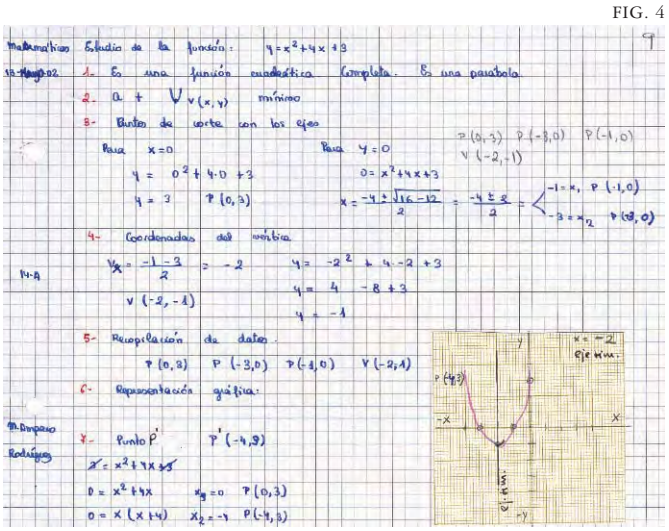
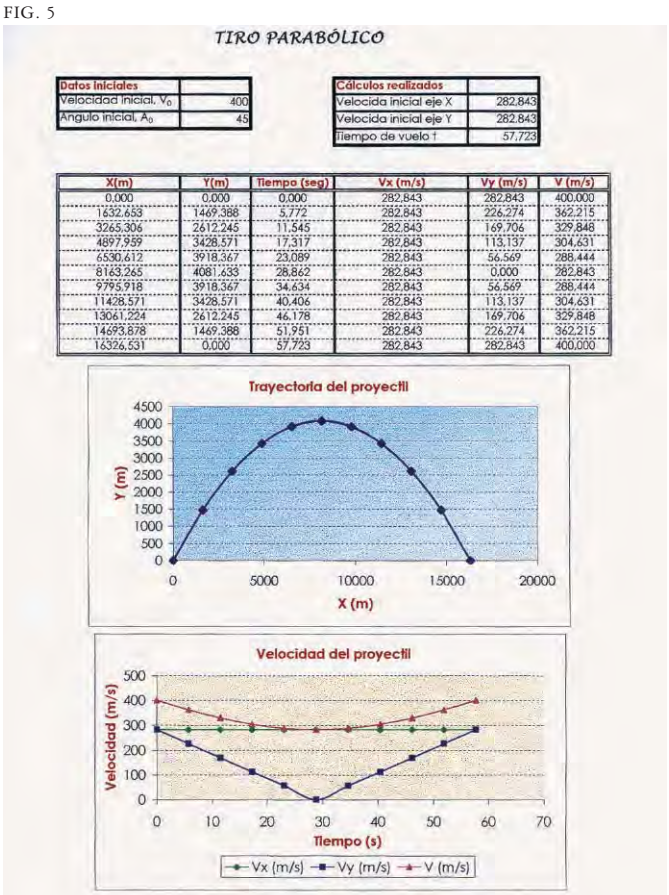


FIG. 5



Ya están familiarizados con la idea de función y sus diferentes representaciones gráficas y entonces pueden afrontar el estudio de otros tipos de funciones más complicadas como la exponencial, logarítmica y en particular las funciones trigonométricas en las que es fundamental la idea de utilizar como variable un ángulo para, entre otras cosas, establecer la razón o relación que existe entre los lados de un triángulo rectángulo *(figs. 7 y 8 en página 28)*.

FIG. 6

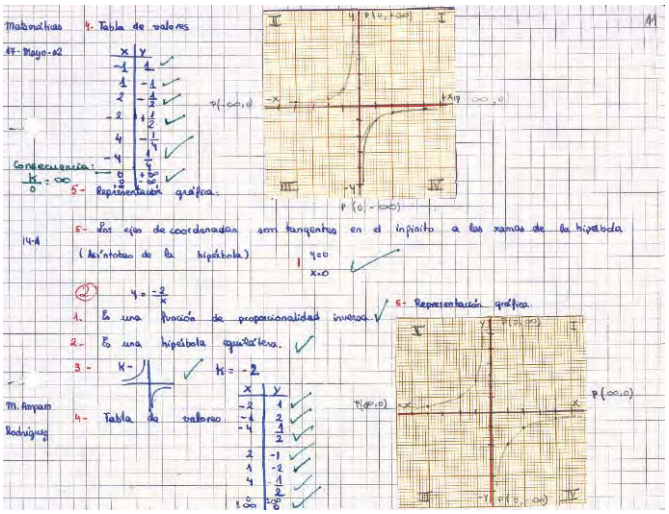


FIG. 8

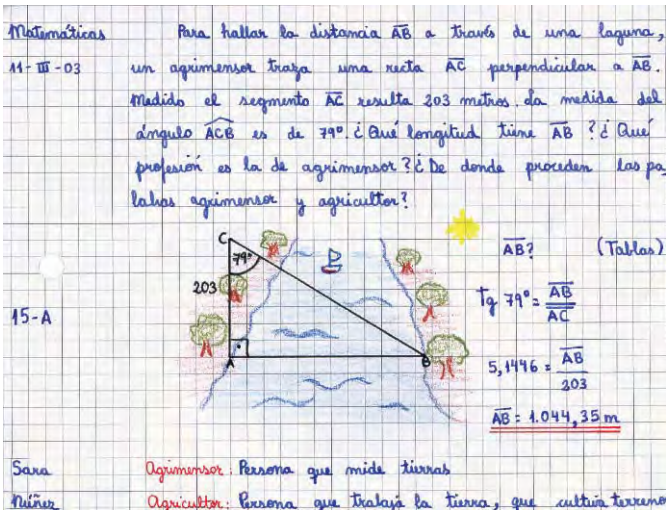


FIG. 7

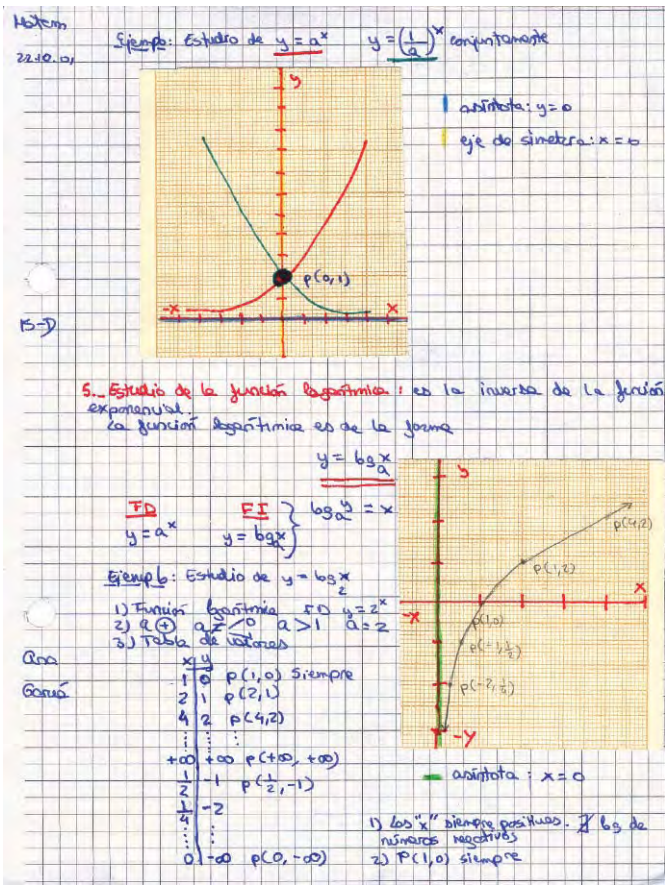


FIG. 9

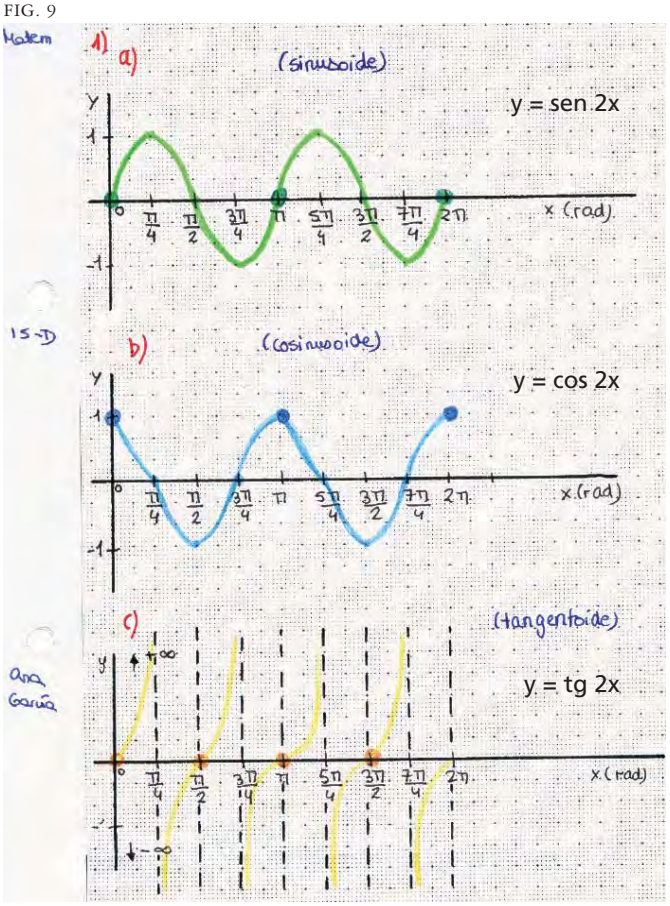


FIG. 10

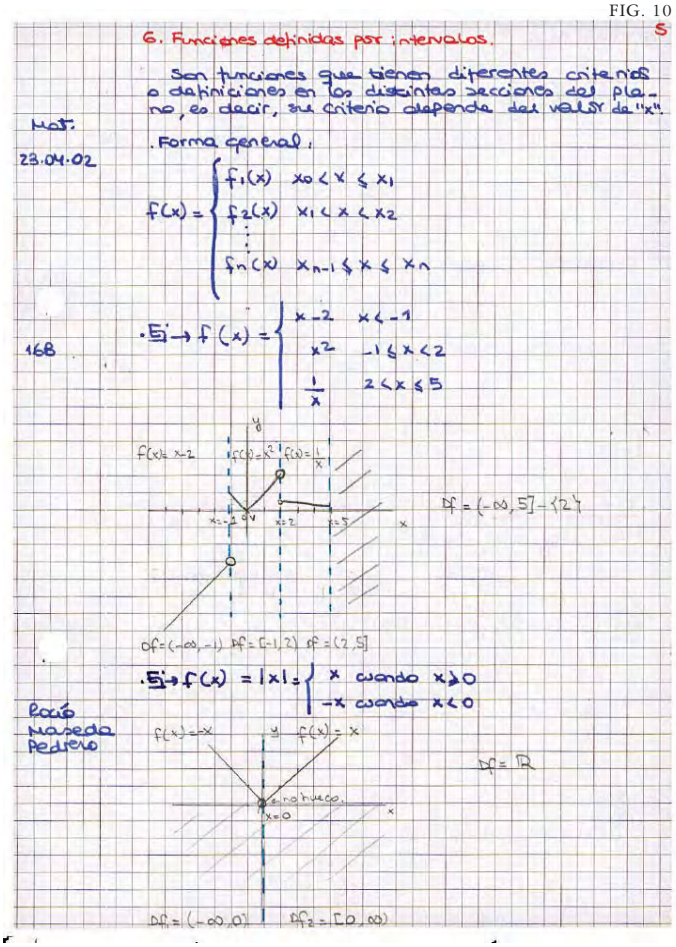


FIG. 11

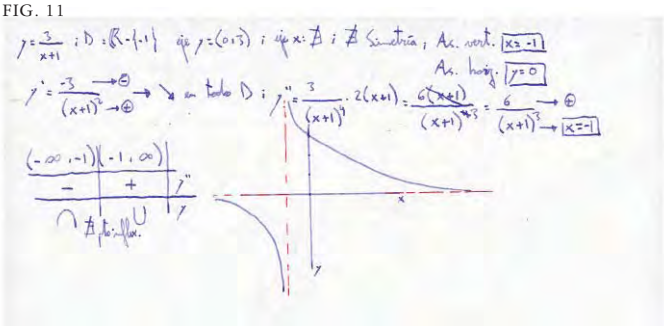
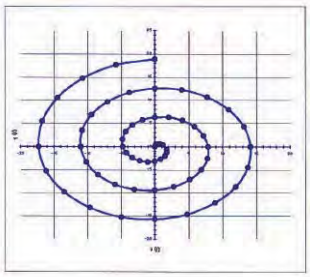
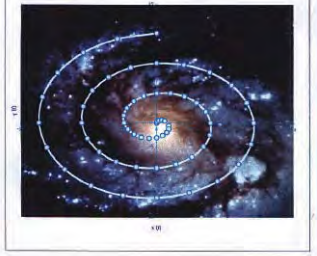


FIG. 12





Las gráficas de estas funciones tienen una característica especial, los valores de *y* se repiten, es decir, ángulos diferentes tienen asociado un mismo valor y aparece entonces la idea de funciones periódicas *(fig. 9)*.

A medida que sus conocimientos matemáticos avanzan, pueden ir profundizando en el estudio de diferentes funciones ya que cada vez son capaces de obtener más datos acerca de ellas. Aparecen funciones para las que están restringidos los valores que puede tener la variable, la idea de continuidad o discontinuidad, se concreta la idea de límite, de asíntota, de máximos y mínimos, de forma que al final los alumnos están en condiciones de poder analizar y construir la gráfica de casi cualquier función aunque no corresponda estrictamente a uno de los tipos estudiados. Es el paso de lo concreto a lo general, de poder utilizar lo aprendido en un caso particular y aplicarlo al estudio de una función, en principio desconocida, para llegar a saber casi todo de ella siguiendo un método y una forma de razonamiento aprendida en los años anteriores *(figs. 10, 11 y 12)*.

Profesores de Matemáticas,
III y IV Sección. Clase 18

Opinión

La matemática moderna y Gauss en "Estudio"

En los años setenta, de los diversos fantasmas que recorrían Europa, había uno que tenía especial importancia en la vida de un niño de trece años: era la *matemática moderna*.

La irrupción de la matemática moderna en el mundo de la educación no tuvo una acogida unánime. Por una parte, nació con el sólido fundamento teórico de los estudios de psicología más avanzados. El psicólogo suizo Jean Piaget, tras años de paciente y detallada observación de sus propios hijos, había creado una teoría sobre cómo se desarrolla el pensamiento del niño, la psicología evolutiva. Según Piaget, al niño no se le desarrolla el pensamiento como a las lagartijas les crece el rabo, no, el niño a lo largo de su crecimiento construye su pensamiento. Observó Piaget que ese proceso de construcción del pensamiento se adapta, de una forma extraordinariamente precisa, a ciertas nociones matemáticas muy generales y abstractas, y bastante recientes en la historia de la matemática.

El niño de apenas unos días de edad, dedica todo su esfuerzo de crecimiento mental a generar un concepto de "lo próximo": su madre está cerca o no está, él agarra el pecho que le amamanta o éste huye. El correspondiente matemático es lo que se conoce como "espacio topológico", un algo donde lo único que existe es la noción proximidad. Más adelante, el niño construye un mundo en que existen "direcciones": las cosas están al frente, detrás, a un lado o al otro. Matemáticamente estamos hablando de un "espacio proyectivo". Por último, el niño se embarca en la construcción de la medida. Este proceso es muy largo y complejo. Piaget muestra hasta qué punto para un niño las cantidades no se conservan con un ejemplo, que ya es clásico: todavía con unos cuantos años, un niño dirá que hay menos agua en un vaso ancho que si trasvasamos ese mismo agua a un vaso largo y estrecho. Matemáticamente estamos ante la construcción de un "espacio métrico" o de un "espacio de medida".

Esta sorprendente similitud entre ciertas estructuras matemáticas básicas y el desarrollo intelectual del niño, motivó un intento de romper la tradicional dificultad para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. La idea era sugestiva: la matemática había tardado siglos en llegar a unos conceptos fundamentales –sobre los que se apoya el gran edificio del conocimiento matemático–, que permitían ex-

plicar las etapas iniciales de la construcción del pensamiento en el niño. Se había descubierto, simultáneamente, el porqué del problema de la dificultad para el aprendizaje de las matemáticas y la solución al mismo. Sólo quedaba trasladar la solución, la nueva matemática, a la enseñanza.

El proyecto contó, además, con el aval entusiasta de matemáticos muy importantes e influyentes. La perspectiva de barrer de la docencia de las matemáticas los últimos vestigios de la enseñanza escolástica tradicional, apoyada en una monótona y cansina repetición sin objetivo de las proposiciones de la geometría tradicional –entresacadas del gran libro de la geometría griega, *Los Elementos* de Euclides–, resultaba atractiva, más aún en un momento de profundos cambios culturales. Son muy conocidas las opiniones del matemático francés Jean Dieudonne, ardiente defensor de la matemática moderna, que hablaba de la necesidad de eliminar las "ridículas tradiciones (...) llenas de tonterías y de desarrollos completamente inútiles e incluso nocivos".

Y así fue como se pobló la vida escolar de enigmáticas, crípticas, casi cabalísticas palabras como anillo, estructura algebraica, grupo abeliano, cuerpo… conmutativo. Esto descolocó a gran parte del profesorado de Matemáticas, a la mayoría de los padres, y, sobre todo, a los alumnos. Sólo la inmensa dosis de disciplina con la que los niños afrontan la vida escolar puede explicar la cantidad de horas enterradas en estudiar aquellas elucubraciones.

Así era el mundo cuando yo entré en la 14. Pero allí me encontré con una profesora de Matemáticas, con una persona, muy singular: Rosa Bernis. Sólo voy a contar dos recuerdos de aquellas clases de Matemáticas. El primero es un trabajo que tuvimos que hacer, por escrito y para entregar, a lo largo de varios meses. La señorita Bernis nos asignó a cada alumno un matemático eminente del que teníamos que es-

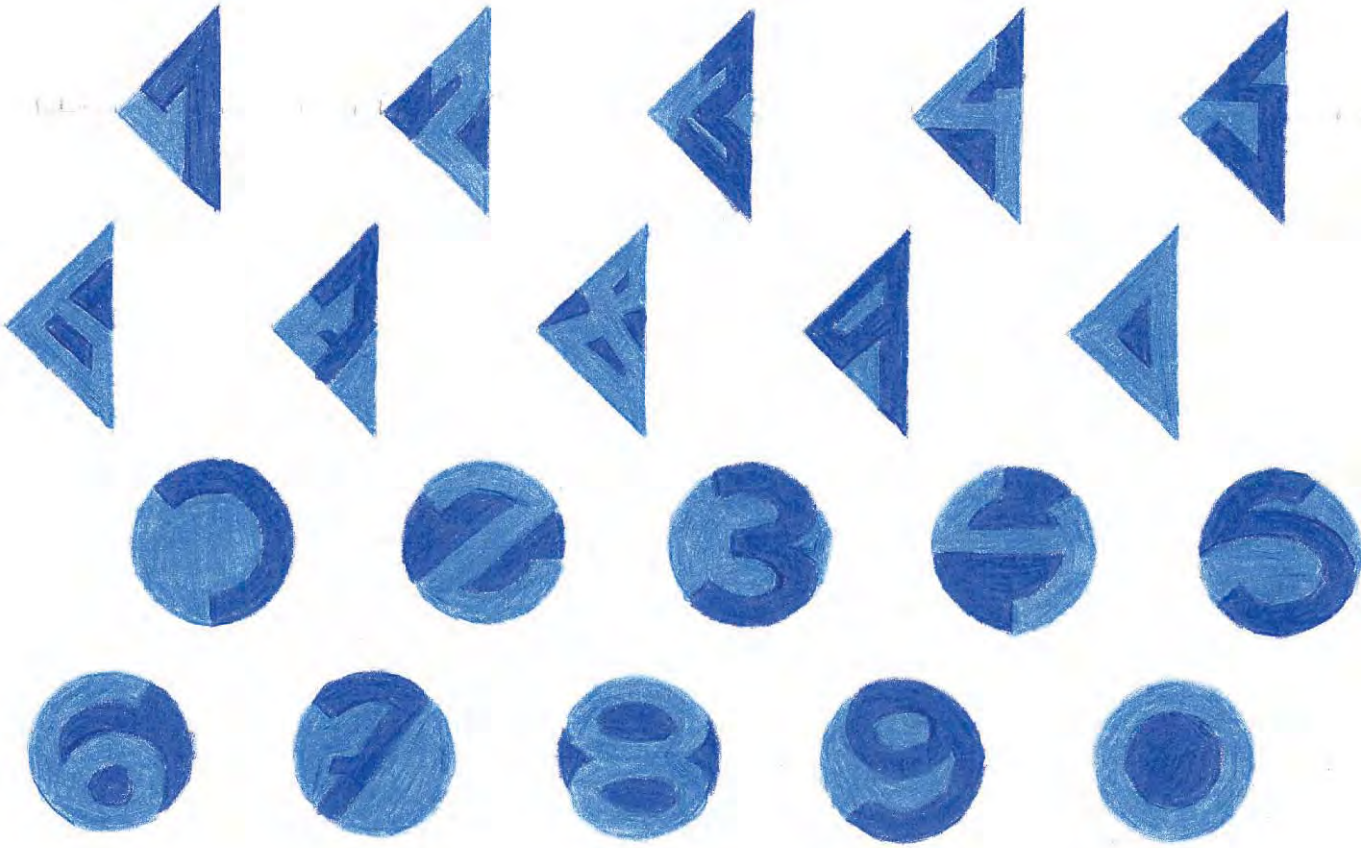
cribir una biografía. Era una tarea nada usual en matemáticas, incluso contradecía en lo más profundo el espíritu que animaba a los creadores de la matemática moderna para la escuela, pues mostraba la matemática como una creación del hombre, del pensamiento humano, en la acción de explicar algo, de resolver un problema; algo absolutamente alejado de las abstractas estructuras sin historia caídas del cielo de la verdad (matemática).

El otro recuerdo es, realmente, sólo un trozo de recuerdo. Un día hablábamos en clase sobre triángulos y alguien, enfrentado a su desconocimiento –y con cierta prudencia, pues la señorita Bernis era conocida por su vivo genio–, exclamó: "¿Es que siempre tienen que sumar 180º los ángulos de un triángulo?". Como si se le hubiera liberado un resorte interno, la señorita Bernis comenzó a hablarnos de triángulos sobre la superficie de una esfera; de otras geometrías distintas, que representaban otros universos; y de Gauss, el gran matemático alemán conocido como "el príncipe de las matemáticas". Fue una clase memorable.

En Rosa Bernis, que se había formado en los seminarios matemáticos auspiciados por la Junta para Ampliación de Estudios en el primer tercio del siglo XX, latía la pasión del matemático que sobrelleva lo oscuro de los programas oficiales a la espera de encontrar ese momento en que pueda mostrar a sus alumnos el diamante puro que brilla en el interior de las matemáticas. Entre las muchas horas de Matemáticas monótonas y plomizas que he soportado a lo largo de mi vida, todavía recuerdo el destello de originalidad, de inventiva que aquel día pude atisbar.

No puedo terminar sin contar el final de la matemática moderna. Fue destronada con deshonor. Se le achacaron todos los males y se olvidó la parte de ideal que había en su génesis. Pero todavía hoy, tanto en la escuela elemental, en la enseñanza secundaria como en la Universidad, se sigue buscando la fórmula que permita mostrar ese núcleo de ideas, de estrategias mentales, de creación que hacen de la matemática un bellísimo y sutil producto de la civilización.

Guillermo Curbera
Profesor de Matemáticas en la Universidad de Sevilla
Antiguo alumno. Promoción 79



Ejercicio de diseño: números inscritos en triángulos y en círculos.
Taller de Diseño. Ana Guijarro. Clase 16 A.

Matemáticas: una forma de pensar

«–¿Sabes sumar? –preguntó la Reina Blanca– ¿Cuánto es uno más uno más uno más uno más uno más uno más uno más uno más uno?
–No sé –dijo Alicia–. Perdí la cuenta.
–No sabe sumar– interrumpió la Reina Roja.»

Lewis Carroll. A través del espejo.

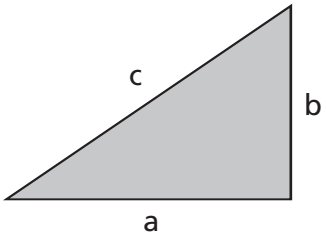
Trabajo sobre los números de Francisco Común. Clase 15 B. Taller de Plástica.

Las matemáticas han sido tradicionalmente la disciplina más temida e incluso odiada por generaciones de estudiantes, y los propios matemáticos no suelen esforzarse por cambiar esta situación. En un momento determinado de la formación de la persona, por unos motivos u otros, confluyen problemas pedagógicos y psicológicos, además de la propia dificultad de la materia, que llevan a la conocida expresión: "Es que yo no valgo para las matemáticas". Esta frase, oída una y mil veces, refleja distintos tipos de desesperación: las dificultades para operar con fracciones, resolver sistemas de ecuaciones, o simplemente multiplicar o dividir dos números sin equivocarse.

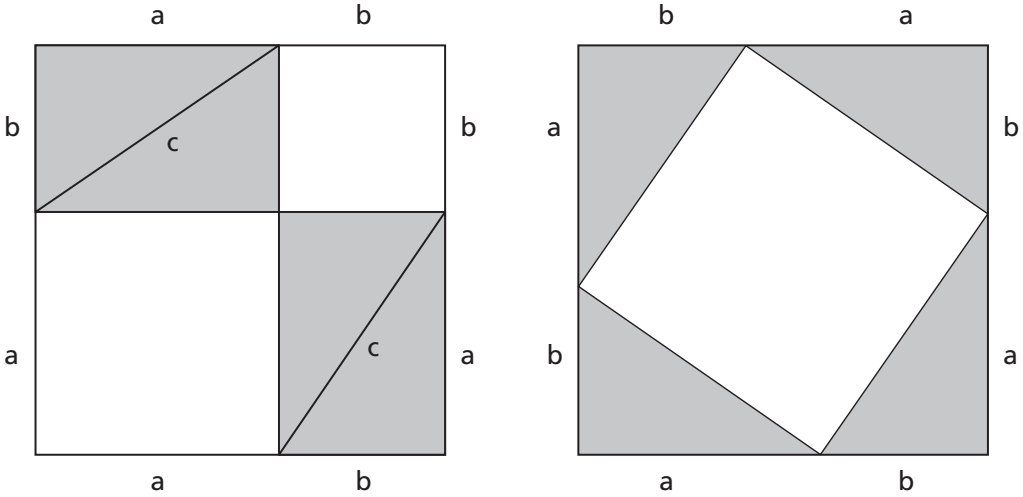
Este es un buen momento para desvelar el gran secreto: todos los matemáticos se equivocan haciendo cuentas, y el que no ha emborronado hojas y hojas luchando contra un problema es porque no ha resuelto ninguno. Uno hojea un libro de matemáticas y hay páginas y páginas llenas de cuentas dificilísimas, de símbolos extraños y cálculos larguísimos. Eso es cierto, y es muy meritorio manejar la parte técnica del oficio con soltura, pero no deja de ser la parte técnica. El mayor error que se puede cometer, y por desgracia el más frecuente, es dejar que la maraña de números, letras y símbolos nos oculte lo verdaderamente importante.

Las matemáticas son puro razonamiento lógico, muchas veces sobre bases extraordinariamente sencillas. Al contrario de lo que muchas veces se piensa, no hace falta saberse miles de fórmulas, sino tener claros unos principios básicos y saber deducir a partir de ellos lo que nos interesa, guiados por la experiencia y por el sentido común. La labor más importante, y normalmente la más dificultosa, aunque enormemente agradecida, es saber ver la idea que hay detrás. Es decir, reconocer el esquema en el que se mueve todo el conjunto, ver la parte original y creativa del autor, lo que distingue al genio matemático del mero técnico del cálculo. Y cuando se ve la genialidad de un matemático, cuando la inspiración levanta el vuelo, la sensación es casi artística, como leer un poema, o escuchar la música más elevada. La recompensa de ver semejante espectáculo, y al mismo tiempo la lección de humildad que supone reconocer la mediocridad propia, suelen merecer todos los esfuerzos.

Quisiera tentar la paciencia y buena voluntad de los lectores con un ejemplo de gran belleza, el que probablemente es el teorema más famoso de las matemáticas: el teorema de Pitágoras, que dice que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa en un triángulo rectángulo. Este es el momento en el que la mitad de los lectores, o más, pasa la hoja. Un poco de paciencia, por favor. Lo primero, un dibujo:



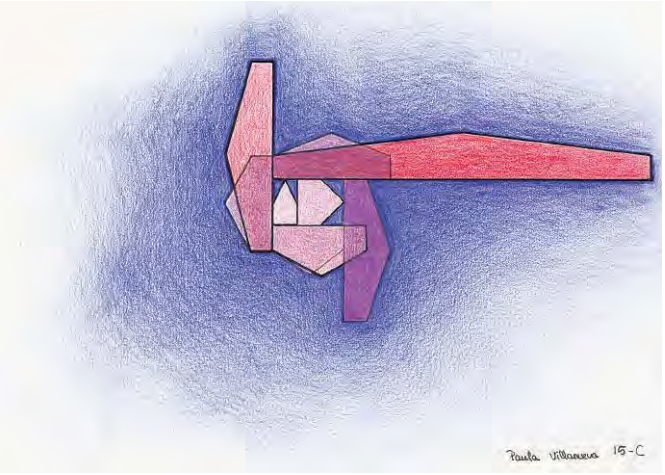
La hipotenusa es el lado de mayor longitud del triángulo (en este caso *c*), y los catetos son *a* y *b*. Por tanto, el teorema de Pitágoras dice que $a^2 + b^2 = c^2$. Hay muchas formas de probar esto. El último recuento del que tengo noticia hablaba de más de cincuenta demostraciones, de todas las épocas y con las técnicas más diversas; en cualquier caso, coleccionar demostraciones del teorema de Pitágoras es un pasatiempo original. Vamos a ver una demostración impresionante por su sencillez y elegancia. Sea el siguiente dibujo:

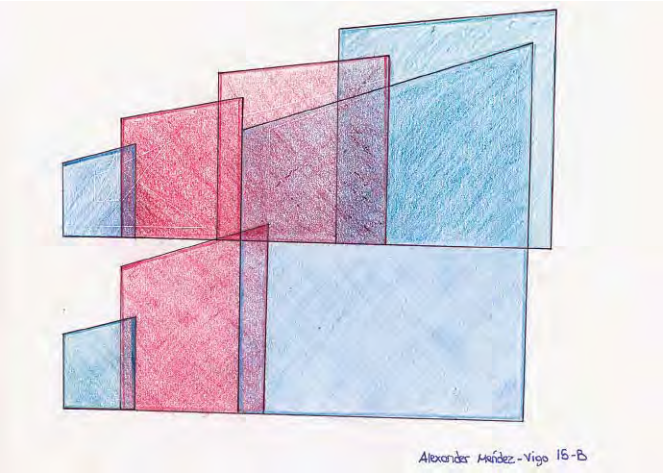


Las longitudes *a*, *b* y *c* son las de nuestro triángulo. Las dos figuras representan un cuadrado de lado $a + b$, luego el área total en ambos casos es la misma. Hemos sombreado cuatro triángulos, todos iguales, luego el área de las regiones que quedan en blanco en las dos figuras debe ser también igual. En el primer caso tenemos un cuadrado de lado *a* más un cuadrado de lado *b*, y en el segundo un cuadrado de lado *c*. El área de un cuadrado es igual al cuadrado de su lado (o multiplicar base por altura). De modo que efectivamente $a^2 + b^2 = c^2$. La genialidad de esta demostración está precisamente en la sencillez y elegancia del razonamiento.

Por otra parte, y con un poco de curiosidad, el estudio de las matemáticas nos abre una amplia puerta al estudio del género humano en una de sus facetas más importantes de los últimos siglos: la científica. Los grandes descubrimientos que nos han permitido asomarnos a los misterios del mundo, comprender nuestra pequeñez y fragilidad, y al mismo tiempo la grandeza de la que somos capaces a veces, le deben mucho al razonamiento matemático que permite volar a la mente humana, muchas veces antes de que puedan realizarse experimentos empíricos. Además, la matemática pura no entiende de naciones, periodos históricos, razas ni religiones, y su estudio sirve para reconocer las grandes aportaciones que cada civilización ha hecho a lo largo de la Historia y dar una lección de tolerancia y mutuo respeto: los vastos conocimientos y la elegancia de razonamiento que poseían las grandes figuras del Mundo Clásico (Arquímedes, Euclides, Eratóstenes...), el exotismo e inapre-

Representación de una progresión aritmética y otra geométrica. Taller de Plástica.





ciable valor histórico de la Matemática árabe (Omar Khayyam), las pintorescas disputas y rivalidades en la turbulenta Italia del Renacimiento, la revolución científica del siglo XVII de la mano del gran Newton, las imponentes creaciones de genios como Euler y Gauss, de cuyo talento uno nunca deja de asombrarse, o los avances que a principios del siglo XX hicieron tambalearse los cómodos cimientos del determinismo científico son solamente algunos de los premios que recompensan la labor del matemático. Al mismo tiempo esta perspectiva ayuda a la valoración y comprensión de las demás ciencias dentro de un majestuoso conjunto que la estricta especialización actual a veces no nos deja ver.

Las matemáticas no necesitan defensa para aquellos a los que ya nos han conquistado, pero sí para los que han renunciado al esfuerzo. ¿Por qué nos escandaliza que una persona no lea ni un solo libro en su vida, o que desconozca la Historia de su país, y en cambio toleramos con gran solidaridad que nunca haya querido entrar en contacto con las matemáticas? Esta hermosa ciencia, exigente pero de una enorme belleza, merece sin duda un mejor trato por parte de todos.

Alfredo Deaño Cabrera
Matemático y músico.
Antiguo alumno. Promoción 95

Tradición y creación

clase 12

La vida en el campo: Patones

Hoy día, todos tenemos pocas oportunidades de conocer, valorar y disfrutar la vida en el campo. El contacto con el medio rural es cada vez menor, si se es habitante de una gran ciudad. Nuestros alumnos deberían conocer tradiciones, costumbres que forman parte importante de nuestra cultura, y Patones es el marco ideal por su entorno, aislamiento y atractiva historia.

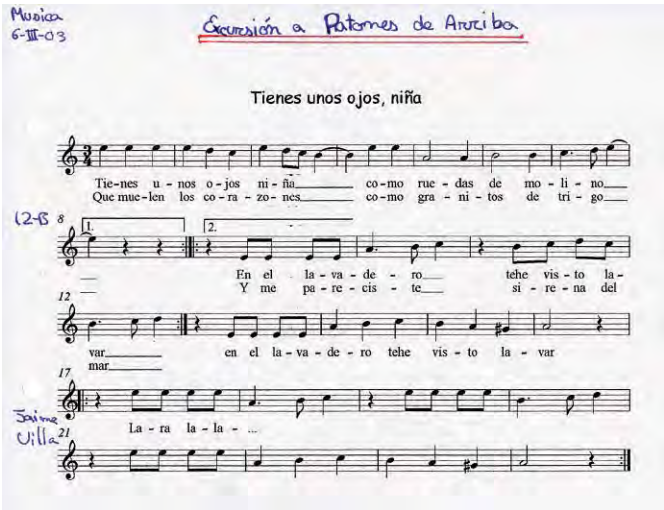
La tarea surge en todas las materias: necesitamos investigar sobre las plantas aromáticas y tipos de rocas de la zona en la clase de Ciencias; ubicar el lugar e interpretar un mapa topográfico con curvas de nivel en Geografía; manejar un vocabulario mínimo como: era, trillo, dehesa, mies, aventadora, mayal,... tanto en Lengua como en Inglés; aprender canciones populares relacionadas con las costumbres agrícolas en Música o incluso desde Matemáticas, enseñar a manejar la máquina de fotos utilizando una norma básica de encuadre: la regla de los tercios, aprovechando el estudio de las fracciones.

Todo el trabajo que se realiza antes, durante y después de la excursión, se recopilará en un cuaderno.

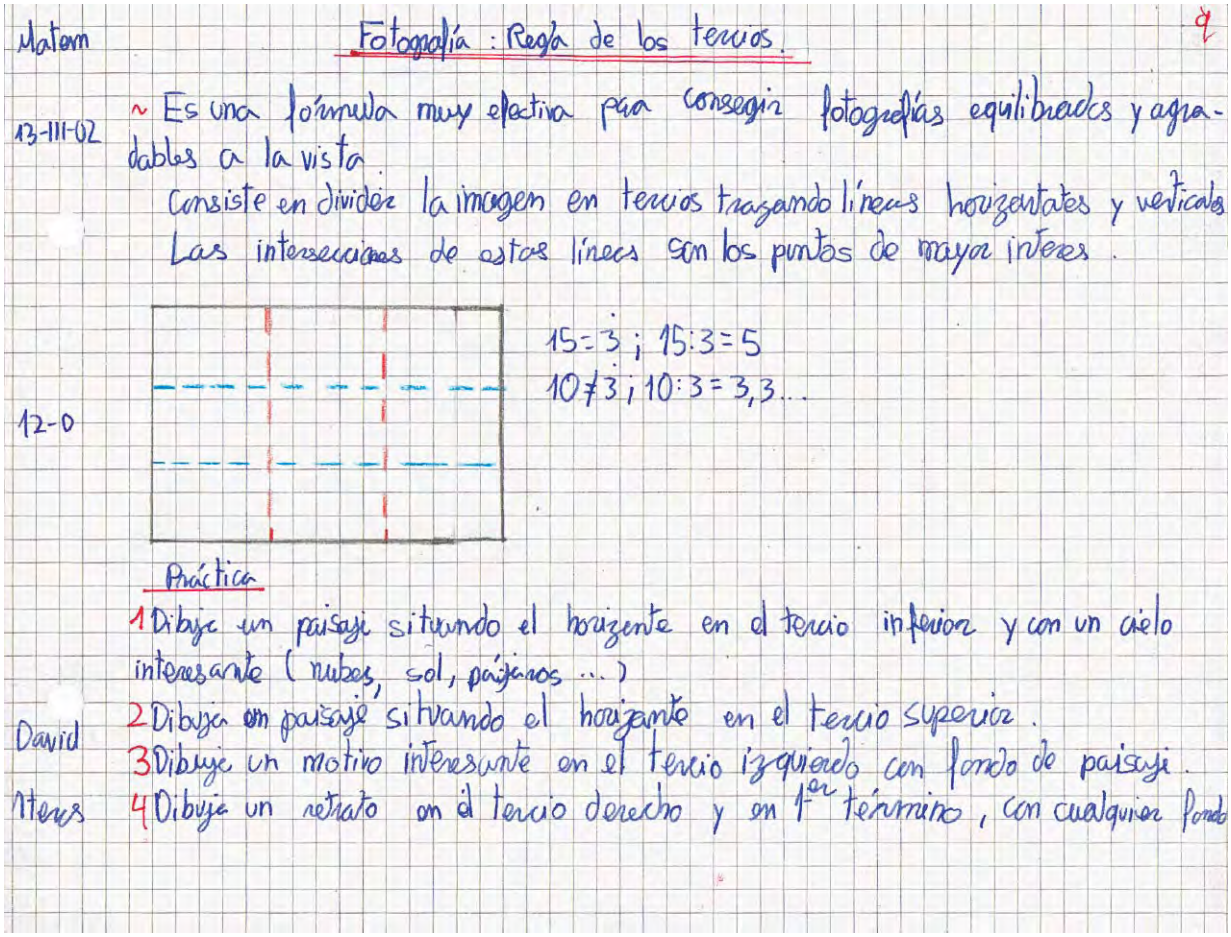
Una vez preparada la excursión nos ponemos en camino. Tras elaborar el itinerario en el viaje de ida, llegamos a Torremocha del Jarama donde visitamos el Museo de la Agricultura.

Páginas 38 a 41:
Trabajos realizados por los alumnos en torno a la excursión a Patones.

Los alumnos, en clase, cantan siguiendo la partitura.



Abajo, de izquierda a derecha:
Trabajos realizados por David Heras y Sara García.



Matem

13-III-02

12-0

David

1teres

Fotografía: Regla de los tercios.

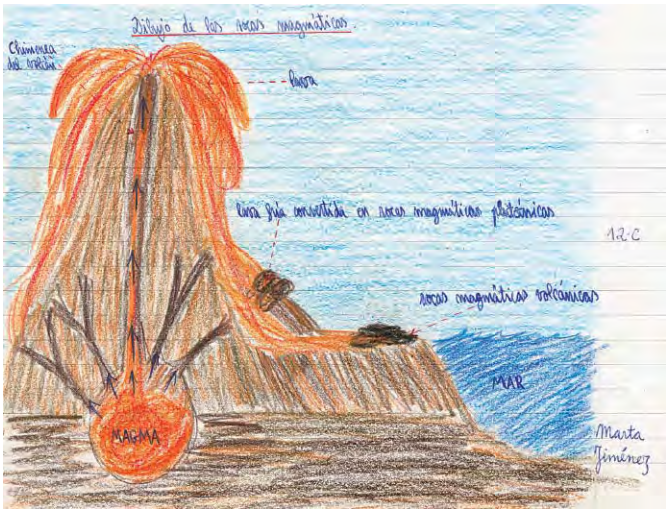
~ Es una fórmula muy efectiva para conseguir fotografías equilibradas y agradables a la vista.

Consiste en dividir la imagen en tercios trazando líneas horizontales y verticales. Las intersecciones de estas líneas son los puntos de mayor interés.

15:3; 15:3=5
10≠3; 10:3=3,3...

Práctica

1 Dibuja un paisaje situando el horizonte en el tercio inferior y con un cielo interesante (nubes, sol, pájaros ...)
2 Dibuja un paisaje situando el horizonte en el tercio superior.
3 Dibuja un motivo interesante en el tercio izquierdo con fondo de paisaje.
4 Dibuja un retrato en el tercio derecho y en 1er término, con cualquier fondo



Allí, muchos van a descubrir aperos tradicionales, refranes sobre la siembra, cosecha, labranza..., distintas medidas de peso y capacidad e incluso las fiestas que siempre han acompañado a las labores propias del campo.

Una vez terminada la actividad, nos dirigimos hacia Patones de Abajo donde dejaremos el autobús hasta la vuelta.

Iniciamos la dura ascensión a Patones de Arriba a pie. Durante la caminata para unos y paseo para otros, vamos observando e identificando tipos de vegetación, los ríos Lozoya y Jarama, los pueblos en la lejanía, los tres tipos de paisaje: rural, agrario y silvestre, y es el momento de contrastar el mapa topográfico de la zona con la realidad que observamos.

Continúa nuestro recorrido por las calles empinadas del pueblo, viendo las eras, el lavadero y las casas con sus paredes de pizarra. Aprovechamos cualquier momento para recordar la historia de Patones y cantar lo que han aprendido en el Colegio:

Tienes unos ojos, niña,
como ruedas de molino
que muelen los corazones,
como granitos de trigo.
En el lavadero...

Entre subir, bajar, cantar y hablar se nos ha ido la mañana; llega el momento de la comida y el descanso que ellos, incansables, aprovechan para jugar.

A la hora convenida volvemos a colgarnos las mochilas y, por el lado contrario de la montaña, emprendemos el descenso en busca del autobús.

Hacia las seis de la tarde llegamos agotados a Rubén Darío. Ha sido un día largo y aprovechado que tiene, además, un aliciente: es la primera vez que no se vuelve al Colegio después de una excursión.

Profesores de la clase 12

clase III

Aprendemos con las manos

El aprendizaje de los niños de esta edad es a través de la experimentación con su propio cuerpo. Por eso hacemos mucho hincapié en el conocimiento del mismo a lo largo del curso. No sólo trabajamos sus distintas partes, sino también sus posibilidades de movimiento, su cuidado, su expresividad. A través de los sentidos aprenden casi todo de forma natural y entretenida.

Cantamos una canción en la que se nombran y escenifican la vista, el oído, el gusto, el olfato y el tacto:

Tengo dos ojos para ver,
dos orejas para oír,
con las manos puedo tocar,
y en la boca el gusto está.
Tralaralaralá, tralaralarí…
Si quiero oler tengo la nariz.

De entre todos ellos, el que más atractivo resulta a los niños es el tacto.

Mediante el juego libre, aprovechando el entorno, los niños se van haciendo conscientes de que pueden conocer muchas cualidades de las cosas a través de sus manos, sin necesidad de ver, oír... Así, tocamos las paredes, la alfombra, los peluches, el cristal, las hojas caídas de los árboles... fijándonos en lo que sentimos y notamos. Otros juegos como *La gallinita ciega* o *La bolsa secreta*, nos ayudan también en esta labor de conocer gracias a nuestras manos el tamaño, la forma, temperatura, consistencia, dureza... de las cosas.

Las manualidades nos ofrecen muchas posibilidades: jugar con la plastilina y pintar con los dedos son actividades comunes en clase con las que disfrutan, a la vez que desarrollan su habilidad y fuerza.

Pero además hay trabajos que despiertan un espe-

Jugamos a La gallinita ciega.

Pegamos en una cartulina de forma libre y creativa.

cial interés en los niños; ya que están pensados fundamentalmente para utilizar el sentido del tacto. Mezclar harina con agua en distintas proporciones da como resultado masas de varias texturas: pegajosas, si llevan poca agua; moldeables en un punto medio como para hacer pan; suaves y manejables, para untar o plasmar en papel, si se han hecho con mucha agua.

Descubrir la dureza de alimentos crudos, –legumbres, arroz, pasta– da como resultado un trabajo de gran expresividad, motivada por la imaginación que aflora con esos materiales.

Los niños se sorprenden; quedan fascinados por las cosas que van descubriendo. Sin duda las manos son, en los más pequeños, su principal instrumento de aprendizaje.

Profesoras de la clase III

Tocamos harina, sal y agua. Notamos su suavidad.

Estampamos nuestras manos pringosas sobre la cartulina.

clases VI-VII

Sentimos la música

Comienza un nuevo curso y con él las clases de Música, donde cada uno tendrá un lugar para expresar y desarrollar su personalidad entre notas musicales.

Estas clases tienen como objetivo que los alumnos encuentren un clima tranquilo, superen la timidez, cojan confianza en sí mismos y se valoren por su propio esfuerzo. Además, en estas edades, hay que evitar la monotonía y alejarlos de lo que pueda aburrirles; la clase de Música debe ser dinámica, donde participen todos en un aire de convivencia entre niños y niñas.

En su primer día, los niños se presentan entre ellos cantando sus nombres y bailan la canción del *Saludo* donde la profesora baila con uno de los niños y sucesivamente lo van haciendo entre ellos. Conseguimos que el grupo se encuentre cómodo y exista comunicación entre todos.

Resulta satisfactorio el encuentro por primera vez de los niños con las notas musicales, en cuyo aprendizaje se aplica el método Kodaly. Este sistema consiste en utilizar símbolos en lugar de notas musicales; es decir, una casa grande representa la duración de una nota negra –una palmada– que llamamos *Ta*. Una casa pequeña representa la duración de una corchea –medio pulso– y la denominamos *Ti*.

El ritmo lo trabajamos con nuestro propio cuerpo o con juegos que toman como base los ritmos del lenguaje: palmear por sílabas nuestros nombres, realizar diversas fórmulas rítmicas con pies-manos-rodillas...

En la hora de clase se realizan diferentes actividades según el día, por ejemplo: se empieza repasando canciones, normalmente del folklore español, y muchas veces se acompañan con bailes que les ayudan a adaptar sus movimientos al ritmo de la música.

Seguimos con un ejercicio para trabajar el oído; uno de los que más les gusta es el que se realiza con campanas, cada una de ellas suena a una nota musical Do, Re, Mi... están todas desordenadas y tienen que ordenarlas siguiendo la escala musical.

Otra actividad es el juego de *Las estatuas*, donde se mueven y expresan libremente, haciendo diferentes figuras con su cuerpo.

Algunos días, en los últimos minutos, hacemos una pequeña relajación: aprendemos a controlar la respiración y a escuchar en medio del silencio, o se les canta una canción tranquila.

A partir del segundo trimestre comenzamos la preparación de la fiesta de Fin de Curso, donde estos alumnos comparten los conocimientos adquiridos con todos sus compañeros del Colegio.

Mercedes Izquierdo
Profesora de Música, I Sección

Dibujos de los alumnos de la clase VI B.

Recuerdos de un aficionado a las matemáticas

José Luis Bauluz.

En octubre de 1939 fui a vivir con las familias Menéndez-Pidal y Catalán en su casa de Chamartín para empezar mis estudios superiores.

El 29 de enero de 1940 se inauguró el colegio "Estudio".

Era relativamente reciente el final de la Guerra Civil y las cuestiones administrativas oficiales, como la concesión de la licencia de apertura de un colegio, eran dificultosas.

Durante esos cuatro meses de retraso en comenzar el curso estuve muy al tanto del trabajo que supuso poner en marcha el Colegio para Jimena Menéndez-Pidal, Ángeles Gasset, Carmen García del Diestro y el conjunto de profesores.

Uno de esos días Jimena vino a casa desesperada porque había fallado uno de los profesores de Matemáticas y los alumnos llevaban tres días sin clase de esa materia. Dirigiéndose a mí me expuso su "genial" idea. "Seré yo quien rellene ese hueco en el horario de Matemáticas, ya me he enterado del tema en el que estaban trabajando los alumnos y como yo lo tengo olvidado, tú me pondrás al corriente".

Nos pusimos a ello y dimos muy bien los primeros pasos, definiciones y pequeñas operaciones, pero cuando llegamos al primer teorema, nada más enunciarlo, Jimena me miró fijamente y me dijo con energía: "No me lo creo". Yo le conteste rápidamente: "Me parece muy bien, ésa es la postura que debe tener un buen estudiante de matemáticas. Si no hay pruebas (demostraciones) no hay verdad".

Homenaje a las señoritas Jimena, Ángeles y Kuki tras la escenificación de la "Historia del Romancero". Lhardy, 1947.
Archivo Histórico.
Fundación Estudio.

Ésta es una de las facetas de las matemáticas con respecto a la formación del alumno como persona que, como otras materias –pero quizá con más rigor– tiene como consecuencia aprender a razonar, analizar, deducir y así tratar de encontrar esa verdad.

En cuanto a la formación académica, los alumnos pronto comprenderán, al estudiar otras ciencias, la importancia de las matemáticas como instrumento de trabajo, no solo para entenderlas sino también para el progreso de esas otras ciencias.

Por fin Jimena no tuvo que hacer uso de su genialidad pues se encargaron de ello Pilar Elorza, el señor Lorente, Ignacio Cabrera y, más tarde, yo, que tuve la suerte de poder continuar la tarea de esos profesores.

Esa labor parecía necesitada de un método de enseñanza de las matemáticas, pero siendo realista pensé que hay casi tantos métodos como profesores, por lo cual trataré de comentar solamente algunos puntos de la enseñanza que nos preocupaba entonces.

Uno de ellos era y es la utilización del lenguaje matemático a fin de evitar que los alumnos se expresen diciendo "multiplico esto por esto" en lugar de decir, a título de ejemplo, "multiplicando un número complejo por la unidad imaginaria resulta...". El uso correcto de este lenguaje requiere haber estudiado bien los temas y por consiguiente mejorar el rendimiento del alumno. De ahí la importancia de los ejercicios y exámenes orales. Es cierto que estos necesitan más tiempo que los escritos, pero este inconveniente se resolvió haciendo salir a la pizarra a seis u ocho alumnos a la vez indicándoles que escribieran y luego explicaran una cuestión concreta, distinta para cada uno de ellos. Cuando un alumno termina de explicar su cuestión

Fotografías cedidas por la familia Bauluz Pérez.

Dos momentos de la celebración del 25 aniversario de "Estudio". Miguel Ángel, 8. 1965.

Excursión a La Pedriza con alumnos de la promoción 56. 1954. De derecha a izquierda: José Luis Bauluz, María Teresa, María José, Angelines y María Asunción Alonso.
Archivo Histórico.
Fundación Estudio.

se retira y otro le sustituye en la pizarra. De esta manera en una sola sesión puede participar una gran parte de la clase. Esto tiene la ventaja sobre el ejercicio escrito de que el profesor va corrigiendo en el acto tanto el lenguaje como el contenido de la explicación del alumno, teniendo como audiencia al resto de la clase.

A esta manera de proceder, que actualmente se sigue practicando, la bautizaron los alumnos con el nombre de "corridas", como alusión a la salida de los alumnos al ruedo-pizarra a enfrentarse con el binomio éxito-fracaso.

Con el mismo fin de un mayor rendimiento se utilizó el llamado *sistema del honor*. Este sistema consistía en el compromiso de los alumnos de no copiar durante los exámenes a cambio de una total confianza en ellos por parte del profesor, que se ausentaba de la clase durante la realización del ejercicio. Esa confianza se extendía, por citar un ejemplo, a que si un alumno habiendo entregado su examen y estando ya fuera de la clase, se daba cuenta por sí mismo, sin consultar a nada ni con nadie, de que había cometido errores, lo manifestaba al profesor quien le entregaba el ejercicio para que lo corrigiera el propio alumno y se lo devolviera.

Este *sistema del honor* no se imponía sino que, al comienzo del curso, se proponía al conjunto de la clase en la forma más arriba expuesta. Los alumnos se reunían solos y decidían aceptarlo o no aceptarlo.

Tanto la aceptación como el rechazo ya implican en sí mismos un comportamiento ético por parte de los alumnos. Al aceptar el sistema, el alumno eliminaba toda posibilidad del uso de "chuletas", de copiar, etc., lo que le llevaba a tratar de mejorar la preparación previa del examen.

Se comenzó a aplicar este sistema ya entrada la etapa de Miguel Ángel, siendo aceptado por las clases 15, 16 y 17. El rendimiento aumentó ostensiblemente, no solo en el Colegio sino también en la famosa reválida de sexto curso (clase 16) y en la prueba de preuniversitario (clase 17).

Se continuó con el sistema durante varios cursos en Valdemarín, hasta que, hace ya unos años, los alumnos decidieron no aceptarlo, lo cual, insisto, es un comportamiento ético.

Ojalá que esta decisión fuera porque aquellos alumnos hubieran adquirido tal seguridad en sí mismos que les permitiera alcanzar el éxito sin el *sistema del honor*.

José Luis Bauluz
Profesor de Matemáticas (1942-1990)

José Luis Bauluz, maestro de profesores

Nosotras, como antiguas alumnas de José Luis Bauluz, queremos tener un recuerdo y un agradecimiento a alguien que ha significado mucho, tanto en nuestra etapa escolar como en nuestra vida profesional.

Nada más llegar como profesoras a "Estudio", José Luis Bauluz, ideó una programación de las Matemáticas de los cuatro últimos años del Colegio con tal sensibilidad, conocimiento y acierto que aún hoy en día sigue vigente. Es tan completa que gracias a ella creemos que la mayoría de nuestros alumnos son capaces de afrontar el final de la etapa escolar y el comienzo de su vida universitaria en las mejores condiciones.

Su estilo al dar las clases nos ha dejado huella e intentamos que esté presente en nuestra forma de enseñar: hacer muchos ejercicios y problemas, desmitificación de las salidas a la pizarra y de la dificultad de las matemáticas, hacerlas asequibles a alumnos de diferentes capacidades, etc.

¡Qué suerte haberlo tenido como profesor y maestro de profesores!

Elena Flórez, Isabel Miret y Tesa Rico
Profesoras de Matemáticas

Despacho 207. Sala de Profesores. Miguel Ángel 8.

El señor Bauluz, profesor de Razonamiento

Uno de los recuerdos más persistentes de mi paso por el colegio "Estudio" sigue siendo el de las clases de Matemáticas.

Entré en el Colegio en la clase 15 procedente del colegio Británico. Recuerdo que el señor Bauluz tenía fama de "hueso", como no podía ser de otra forma en el profesor de Matemáticas. Su aspecto impecable, con sus trajes grises y sus corbatas con nudo "wilson", imponía respeto nada más entrar en clase.

Sus explicaciones eran un prodigio de racionalidad, de orden y de lógica.

Con su elegante y bien dibujada letra desarrollaba las demostraciones en la pizarra haciendo que los números y las expresiones algebraicas se desenvolviesen con toda naturalidad.

Toda fórmula se debía demostrar o saber de dónde procedía, con lo que la enseñanza de las matemáticas se convertía en una clase de razonamiento y deducción. Aprendimos a establecer las condiciones de un problema, las posibilidades de resolverlo y la forma de hacerlo. No se trataba tanto de aprender fórmulas; siempre cabía la posibilidad de volver un paso atrás y razonar el proceso.

Recuerdo las explicaciones sobre los lugares geométricos. Esas clases se convertían en investigaciones donde el descubrimiento de la solución era un reto a la visión espacial y a las leyes de la geometría.

De derecha a izquierda: José Luis Bauluz, sus hijos Enrique y Fernando, con Fernando Flórez. Monte Jaizkibel. Verano de 1964.

Sus clases eran serias, como su aspecto, pero su humor sutil e inteligente afloraba muchas veces, haciéndolas mucho más entretenidas. Con el paso del tiempo me he dado cuenta de lo importante que fue aquella enseñanza del razonamiento puro que son las matemáticas, que ayudan a plantear y resolver otras muchas cuestiones de la vida.

Hoy día, ante el reto de refrescar las matemáticas junto a nuestros hijos, he vuelto a recordar que, como enseñaba el señor Bauluz, es más importante el proceso que el resultado.

Francisco Rodríguez Partearroyo
Arquitecto. Antiguo alumno. Promoción 67

Las regletas llegan a “Estudio”

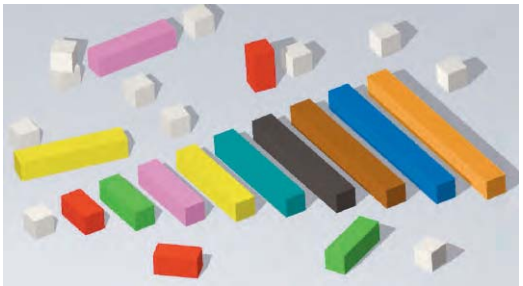
Después de muchos años me encuentro en la entonces pequeña sala del aeropuerto de Barajas, con el matrimonio Catalán. Nuestra amistad empezó en el curso 1935-1936; Jimena era mi profesora y yo, en aquella época, su alumna de once años. Ambas nos afanábamos en encuadernar un libro de trabajos escolares.

Veinte años después me reencuentro con ella. Era junio de 1957. Me saluda con mucho cariño y empezamos como buenas amigas a contarnos nuestras situaciones. Jimena me da alegres noticias de “Estudio” y yo le cuento cómo me licencié en Ciencias Matemáticas. Dirigida por don Pedro Puig Adam me dedico a la Didáctica Matemática y enseñanza eurística. Impartíamos clases con modelos y material didáctico, entre ellos las regletas. Éstas o números en color, fueron ideados y utilizados con éxito por el inspector belga Cuisenaire, más tarde dicho sistema fue perfeccionado y propagado por Europa y América gracias al profesor Gattegno del Instituto de Educación de la Universidad de Londres. Él lo presentó en Madrid en abril 1956 ante catedráticos, inspectores y alumnos. El profesor Pedro Puig Adam comprendió la trascendencia del método y nos impulsó, desde su cátedra de Metodología Matemática de la Facultad de Ciencias, a estudiarlo y practicarlo.

En abril del 57 habíamos instalado una exposición de modelos en el Instituto San Isidro con motivo del Congreso Internacional de Profesores de Matemáticas y allí conocí al profesor Gattegno que tenía en gran estima los geoplanos y las regletas; éstas estaban empezando a fabricarse en España y ya había una buena experiencia de bastantes años con alumnos belgas.

La conversación termina, Jimena ya está ilusionada con una idea: rápidamente me brinda la oportunidad de realizar un curso de Matemáticas en “Estudio” con plena libertad para el desarrollo y uso del nuevo material. En octubre de 1957 empecé con entusiasmo pedagógico a ser la señorita “Regletas”, era así como me conocían los alumnos.

Entro en el colegio “Estudio” –en aquel momento todavía en Miguel Ángel 8– cargada con las regletas. Abrazo con cariño a mis profesores del Instituto-Escuela: señoritas Pura, Ángeles y María Cuadrado; al lado de mi aula el señor Catalán imparte su clase; paso lista y mis alumnos son hijos de antiguos compañeros. Me siento en familia y comienza la clase.



Una pequeña introducción para que sepan usar las regletas, las reparto y observo que dentro de la expectativa deseada hay respeto en el manejo de ellas. Comienzo, mediante preguntas escalonadas, a sugerir situaciones y cuestiones que tienen que resolver. Se interesan, hay diálogo; yo les observo para graduar mis preguntas; el aprendizaje se inicia y prosigue con naturalidad. Dibujan en las fichas algunos resultados.

Busco que los pequeños adquieran confianza en sus razonamientos, que se corrijan a sí mismos y muestren su creatividad, que los alumnos no solo apliquen con soltura los *algoritmos* aprendidos de memoria sino que sepan el porqué de ellos, que lleguen a desentrañar la lógica del *algoritmo* –conjunto ordenado y finito de operaciones que permiten solucionar un problema– y pongan en marcha su capacidad de abstracción.

A las pocas semanas se organiza una charla para padres interesados en esta novedad con notable asistencia y variadas preguntas. Hubo uno de ellos que me preguntó: "¿Y qué pasa si los alumnos no tienen en sus manos las regletas?". Respondí: "Los alumnos ya las tienen en sus mentes y pueden razonar y solucionar problemas actuando con ellas y usando las fichas-dibujos donde plasmaron la experiencia vivida".

Más adelante, Jimena decide que algunas profesoras hagan un cursillo y otras asistan a mis clases durante todo el año para informarse mejor y poder repetir situaciones análogas en otros cursos.

Ahora, en pleno 2003, las regletas aún se siguen utilizando en diversos lugares. Hace solo tres años que di mi último cursillo en un colegio de Puerto Rico. Sin embargo, ya es mucho tiempo el que hace desde que puse en práctica este nuevo método docente en "Estudio". De aquella etapa de mi vida, de aquellos cursos, conservo algunas de aquellas fichas que elaboré tan cariñosamente para enseñar a mis alumnos.

Evelia Ruiz
Profesora de Matemáticas (1957-1971)

Rosa Bernis

¿Qué podría impactar a un grupo de chavales de catorce años en 1978? ¿Qué podría provocarles emociones intensas aparte del *punk* inglés, de los que creíamos románticos sandinistas o de las canastas de Delibasic? ¿Qué ocupaba parte de nuestras conversaciones además de "Tequila", o incluso de los ecos que nos llegaban de las discusiones sobre una nueva Constitución? ¿Una profesora de Matemáticas?

¿Qué podía hacer una profesora de Matemáticas para captar la atención de unos adolescentes y competir con su inclinación natural a pensar en los chicos/as que habían conocido el sábado anterior más que cualquier otra cosa? ¿Cómo podían abrirse un hueco las ecuaciones entre las novedades que inundaban nuestro mundo en 1978: nuevas músicas, nuevo deporte de moda y precisamente el que jugábamos en el Colegio, nuevas libertades, o películas asombrosas? Supongo que cada profesor hizo entonces lo que pudo; Rosa Bernis desplegó su extraordinaria personalidad.

Rosa Bernis tenía la envidiable capacidad de sorprender; y lo hacía además en una época repleta de sorpresas. Cuando todos temíamos que nos sacara a la pizarra para despejar la x, venía en nuestro auxilio el Renacimiento italiano, y con Brunelescchi o la Galería de los Uffizi llegábamos al final de la clase quedando la x sin despejar.

Estas líneas sólo pretenden traer a la memoria de todos el recuerdo de Rosa Bernis, que fue profesora de mi clase en los cursos 1977-1978 y 1978-1979, junto con otros profesores de esos dos cursos como Calandre, Villalobos, Abreu, Mora, Zacagnini, Elorza, Ontañón, Cabrera, Llopis o Villacorta a los que también tengo presentes. Aunque sea de manera deslavazada y torpe espero contribuir en alguna medida a ese recuerdo.

Era un espectáculo verla llegar por las mañanas en su seiscientos blanco; todos mirando desde las terrazas cómo esa figura menuda embutida en un gran abrigo, con su gorro de piel calado hasta las cejas, cruzaba los campos de baloncesto, pensando sin duda en los problemas irresolubles que nos plantearía aquel día. Bastaba imaginárselos para temblar.

Un día cualquiera. La pizarra ya estaba llena de ejes cartesianos y extrañas abreviaturas, y, cuando esperábamos que su energía le llevara a escribir en las paredes se giró en escorzo impropio de su edad y preguntó enfáticamente: "¿Cómo se dice boina en francés?". En silencio sepulcral deseábamos fundirnos con la silla de madera. "¡¡No puedo creer que no lo sepáis, pensad!! ¡¡Pensad, por favor!!". Nuestras conexiones neuronales estaban a punto de provocar un cortocircuito cerebral, ¡qué faena no tener un primo bretón! "¡Pensad!", repetía, señalándose la cabeza con el dedo blanco de tiza. Seguramente nos había dado una pista que nadie era capaz de interpretar.

A las incógnitas de las ecuaciones se unían las incógnitas de sus letras en la pizarra, que nos apresurábamos a copiar cuando se daba la vuelta, algo que tenía prohibido porque quería que atendiéramos sin distraernos. Teníamos que comprender más que aprender y estar totalmente concentrados en lo que nos contaba.

Veinticinco años después releo alguna de sus correcciones: "Muy mal escrito; confusísimo; sin orden ninguno". No era suficiente llegar a la solución correcta de un problema; hacerlo sin razonamiento y sin orden no era más que "adivinar". Recupero una ficha sobre igualdades, tachada en rotulador rojo de un extremo a otro, con la siguiente leyenda: "Un índice sin ejemplos ni razonamientos, no sirve". ¡Qué difícil resultaba aprobar! ¡Qué magnífica escuela del esfuerzo!

No sólo nos enseñaba en clase; en varias ocasiones organizó con nosotros salidas y visitas diversas. Recuerdo especialmente la visita al SIMO, feria de tecnología de la información que empezaba entonces a tener repercusión en el gran público. Para ella todo aquello era "más Matemáticas"; para mí era magia. Siempre en su interminable tarea de abrirnos la mente. Se celebraba el SIMO en el Palacio de Cristal de la Casa de Campo y a mí me tocó ir en su seiscientos; no sé si fue su afán por ir más rápido o una simple confusión, pero lo cierto es que en el camino de vuelta se metió por dirección prohibida, por una de las calles de la Casa de Campo. Nos paró un policía municipal, que supongo estará todavía recuperándose de la impresión. Salió del coche hecha un brazo de mar, gesticuló, peroró, le echó dos o tres broncas por su notoria incompetencia, arregló el urbanismo y el tráfico de Madrid en esos minutos, se disculpó, se quitó y se puso los guantes, señaló hacia el cielo y hacia el infierno hasta que el guardia nos dejó ir por donde habíamos llegado, sin multarnos, ante las sonrisas de unos alumnos que la conocíamos lo suficiente como para saber que no ponerle trabas era lo mejor que podía hacer aquel agente. ¡Pretender parar a Rosa Bernis!

Durante aquellos años viajamos con Rosa Bernis no sólo por las ecuaciones de segundo grado y los polinomios, sino también por fiordos y museos, por Europa y América, o por la Revolución Francesa y la robótica, en breves viajes por el tiempo y el espacio. Granear inquietudes, valorar el esfuerzo, y sólo después, las ecuaciones. Era activa, amena y gran conversadora.

¿Alguien se puede imaginar a una profesora de Matemáticas enfadándose con sus alumnos de trece años porque ninguno

Fotografías cedidas por Mariana y Álvaro Ruiz-Castillo.

Rosa y su marido, Arturo Ruiz-Castillo, en Pisa.

fuera capaz de nombrar un cuadro del Ermitage? Su enfado nos dejó tan perplejos que esa misma tarde muchos indagamos en casa sobre la pinacoteca rusa... posiblemente averiguando en primer lugar que era un museo de Leningrado. Estaba en pelea constante con nuestra ignorancia, ¡qué valor y qué constancia!

Ella, junto con otros magníficos profesores de Matemáticas como Mª José Blanco, Carmen Heredero, Josefina León, Julia Iraceburu, Carmen Brito o José Luis Bauluz, consiguieron que algunos estudiáramos Matemáticas hasta el final del Bachillerato, con Elena Flórez en COU. Es verdad que en otros no produjo el mismo efecto y abrazaron el Griego en cuanto pudieron. Lo que sin duda consiguió Rosa Bernis con todos aquellos chicos de catorce años fue dejar huella y contribuir a su formación integral como personas, labor auténtica de los educadores. Maestra, sembradora de inquietudes.

Jose Manuel Cajigas
Antiguo alumno. Promoción 83
Presidente de la Asociación de Antiguos Alumnos

Arturo y Rosa en el Guadarrama.

Rosa Bernis ante la historia

La figura de Rosa Bernis nos interesa por lo que fue ante nosotros, alumnos de sus clases de Matemáticas. Al reflexionar sobre nuestra admiración por ella nos hacemos conscientes de que su vida se desenvolvió en un espacio del pasado muy preciso, muy concreto: entre sistemas de ideas e impulsos históricos que configuraron ese siglo XX que Rosa vivió casi por entero. Lo hizo con gran conciencia de ello, de su propia trascendencia, y con el acierto de recoger los mejores anhelos de los ambientes con los que estuvo en contacto.

A pesar de los profundos problemas que España arrastraba del pasado, el siglo XX se abrió camino de la mano de una generación de hombres y mujeres que creían en cosas superiores, que soñaban un nuevo renacer de España y que supieron abrir caminos hacia ello.

Rosa Bernis nació el 28 de enero de 1909. Estaba ya destinada a ser estrictamente coetánea de los pedagogos que impulsaban la reforma pedagógica guiados por el espíritu de la Institución Libre de Enseñanza y del Instituto-Escuela, de los poetas del 27, de aquellas generaciones de científicos que abrían nuevos campos de investigación y de aquellos intelectuales que estrechaban los lazos entre Europa y España. Los que europeizaban España y los que españolizaban Europa, con Ortega y Unamuno a la cabeza.

Rosa Bernis junto a su padre, Francisco Bernis. Londres. College Hamsted.

Rosa, por su ambiente, su cultura y su talento, participó activamente en la labor de apertura hacia el porvenir de una España que se abría a la modernidad.

Su padre, Francisco Bernis, especialista en temas fiscales, escritor, profesor y conferenciante, fue catedrático de Hacienda Pública en la Universidad de Salamanca. Los estudiosos de la Historia Económica lo incluyen dentro de la corriente del regeneracionismo.

Rosa nació en Salamanca, donde comenzó a estudiar. A los nueve años su padre la envió a Londres un curso entero, a la North London Collegiate School for Girls, Hamsted. Desde muy niña aprendió a desenvolverse en el extranjero.

Al volver de aquel viaje la familia se trasladó a Madrid. Francisco Bernis había accedido a la cátedra de Hacienda Pública de la Universidad Central. También había sido nombrado Secretario General del Consejo Superior de Banca e impartía conferencias en el Ateneo.

Al llegar a Madrid ingresó en el Instituto-Escuela, donde su padre ya había formalizado la matrícula de Rosa y Elisa. Los otros hermanos, más pequeños, ingresa-

ron más tarde. Estudió todo el Bachillerato en este centro recién creado por la Junta para Ampliación de Estudios. Allí tenía lugar una creativa experiencia pedagógica que, orientada por los científicos e intelectuales de la JAE e inspirada en los principios de la ILE, ensayaba un modelo educativo que impulsaría la reforma de la enseñanza pública, de la que el país estaba tan necesitado.

Allí fue alumna de Sánchez Pérez, Miguel Catalán, Luis Crespí, Barnés… y tantos otros sabios profesores. De ellos recibió las bases de su formación científica y matemática. Más tarde recordará: "El matemático de altas esferas era Sánchez Pérez, y el maestro –ese machacón que le va enseñando a uno las ecuaciones, el álgebra, todo…– era Carretero. Era una colección de gente fantástica".

También del Instituto-Escuela recibió su entusiasmo por todos los saberes y las artes, su sólida cultura, la coherencia de su persona y esa firmeza de carácter de raigambre institucionista.

Al tiempo estudia solfeo en el Conservatorio de Madrid. Cultivará siempre su gusto por la música. Todos los antiguos matemáticos griegos y alejandrinos reflexionaron sobre la música. Para ellos el número, la música y la belleza fueron unidos. Para los pitagóricos los elementos de los números eran la esencia de todas las cosas y los cielos eran armonía y número. La armonía es musical y, de modo correspondiente, numérica. La música, el arte más abstracto, acompañó el espíritu matemático de Rosa. A lo largo de su vida se relacionará con intérpretes, compositores y directores de orquesta.

Pedro Salinas, Rosa Bernis y Jorge Guillén. Santander.

Francisco Bernis fue nombrado representante de España en la Sociedad de Naciones en Ginebra. Este organismo surgió tras la Primera Guerra Mundial para intentar resolver los conflictos entre las naciones y salvaguardar, por encima de todo, la paz internacional.

Rosa acompañó a su padre en numerosos viajes profesionales: París, Ginebra, Berlín… Con él adquirió ese talante abierto y cosmopolita que animaría para siempre sus conversaciones y sus clases. Acrecentará su amplia cultura en el apretado contacto con los museos y en el paseo por antiguas ciudades con ojos atentos y una memoria visual prodigiosa.

Desde los catorce años coincidió en clase con Arturo Ruiz-Castillo, hijo del editor de Biblioteca Nueva. Una honda y duradera amistad unió a Arturo y a Gonzalo Menéndez Pidal. Y así llegó Rosa a ese huerto lleno de olivos, retamas y jaras que fue el jardín

de la familia Menéndez Pidal en la Cuesta del Zarzal. Gonzalo, Arturo, Rosa, Elisa Bernis… pasaron largas tardes juntos, se iniciaron en su afición a las máquinas de cine. Aparecía a veces Jimena, recién casada con el científico Miguel Catalán, entonces admirado profesor de Rosa. Allí trató a María Goyri. No olvidemos que María Teresa León, mujer de Rafael Alberti, era una Goyri, prima de Jimena, y asidua de la que ella misma denominó desde el exilio "aquella casa que era como mi casa".

En 1929 comenzó la carrera de Ciencias Físicas en la Universidad Central de Madrid. La presencia de mujeres en la Facultad era escasa. Rosa estaba sola en clase, pero sentía que los profesores y alumnos la mimaban. En el tercer curso fue alumna de Palacios, al que calificó de magnífico físico-matemático: serio, seco, reconcentrado, muy preciso. Fascinó a Rosa con sus explicaciones.

Arturo Ruiz-Castillo y Pío Baroja en San Sebastián.

Sus años de estudiante están unidos al contacto con la naturaleza, con el Guadarrama que frecuentaban los institucionistas. Guiados de ese mismo amor a la montaña, Arturo Ruiz-Castillo, Gonzalo Menéndez Pidal, Luis Meana, Emilio Garrigues, Enrique Díez Canedo, Elisa y Rosa fueron esquiadores pioneros. En 1935 se convirtió en socia del Club Alpino. Entre aquel grupo de jóvenes se encontraban los hermanos García del Diestro, Alberto y Ramón, este último poeta y miembro de La Barraca. De ellos habló siempre Rosa con admiración, con sentido de pertenencia a un grupo generacional en el que ellos ocupaban un lugar singular. A través suyo conoció a Tere y Carmen García del Diestro, profesora del Instituto-Escuela.

En el otoño de 1932, terminada la carrera, Rosa Bernis inicia su labor de investigadora como colaboradora de Miguel Catalán al abrigo de la cátedra de "Espectrografía y estructura del átomo", creada ese mismo verano por la Academia Española de Ciencias y por la Fundación del Conde de Cartagena para ayudar al desarrollo de las investigaciones científicas. Miguel Catalán nos informa de la tarea de Rosa en la carta dirigida a José de Madariaga, secretario perpetuo de la Academia, en noviembre de 1932:

> La Srta. Rosa Bernis intenta el obtener los espectros de los metales en sus grados de ionización más elevados. Con ello podrá ser determinada la forma en que se produce la ionización en esos elementos. Para conseguirlo tiene que

vencer algunas dificultades en la técnica por tratarse de la región para la que el aire es totalmente opaco y por que hay que provocar las descargas en condiciones extraordinarias en tubos cerrados [sic].

Entró así a formar parte de proyectos de investigación en los que también colaboraban el profesor portugués Antunes, Gabiola, profesor de Física de la Universidad de Buenos Aires, Poggio, catedrático del Instituto-Escuela, F. de Zulueta, estudiante de Medicina, María Paz García del Valle, licenciada en Ciencias Químicas…

Rosa participó en la labor que situó a la España de los años 30 en los campos de investigación científica más avanzados del mundo.

Arturo y Rosa en el Madrid de la Guerra Civil. Abajo, junto a La Cibeles en 1936.

Ese mismo otoño de 1932 inicia su larga carrera docente. El 10 de octubre de 1932 pasó a ser profesora aspirante de Matemáticas del Instituto-Escuela. "Yo no entro. Me meten. Me cogen y me llevan", dirá Rosa años después. Alguien debió intuir su talento pedagógico.

El Instituto-Escuela se planteó ser escuela de formación de profesores. La formación de aspirantes al Magisterio Secundario fue dirigida, desde el Patronato del Instituto-Escuela, por Luis de Zulueta, imbuido de los ideales de la ILE. En 1931 tuvo que abandonar esta tarea por sus cargos de diputado a Cortes y Ministro de Estado. Desde entonces esa formación se encauzó a través del contacto directo con los profesores en su labor cotidiana. El proyecto de José Castillejo, secretario de la JAE, fue integrar a estos profesores en la enseñanza secundaria de otros institutos del país. Rosa, por tanto, se formó como profesora de Matemáticas en un ambiente donde reinaban los ideales pedagógicos, la creatividad y el talento.

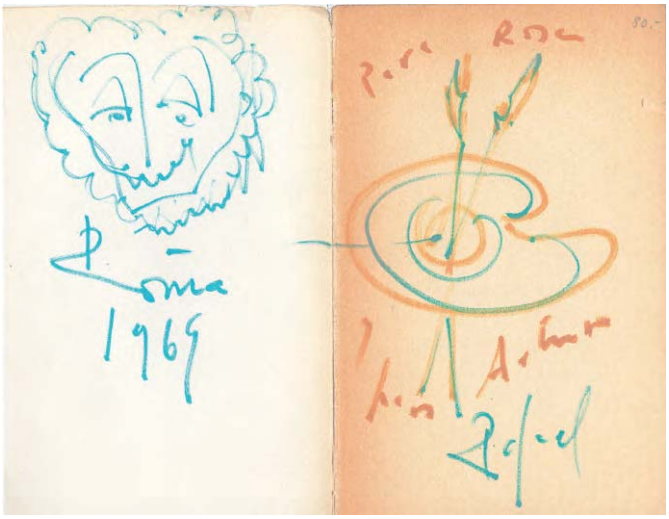
Rosa esperaba ilusionada pasar un largo veraneo con sus padres en Bayona, en Galicia. Pero aquel verano del 33 se encontró con la sorpresa de que había sido inscrita en los cursillos de selección de profesores que organizó el Ministerio de Instrucción Pública de la República. No se fue de veraneo. Se quedó en Madrid y obtuvo el título correspondiente. Siempre se preció de la calidad de aquellos cursillos que formaron una excelente generación de maestros, muchos de los cuales se perdieron por el doloroso exilio al que se vieron obligados. Ese mismo verano muere su padre de una trombosis en Bayona, a los 52 años.

Los cursillos del 33 le permitieron obtener una beca de profesora y asistir a los cursos de la Universidad de Santander. Allí conoció a Jorge Guillén y Pedro Salinas.

La poesía formó parte de la vida de Rosa. Fue amiga de poetas con los que compartió momentos cruciales. Su biblioteca así lo atestigua.

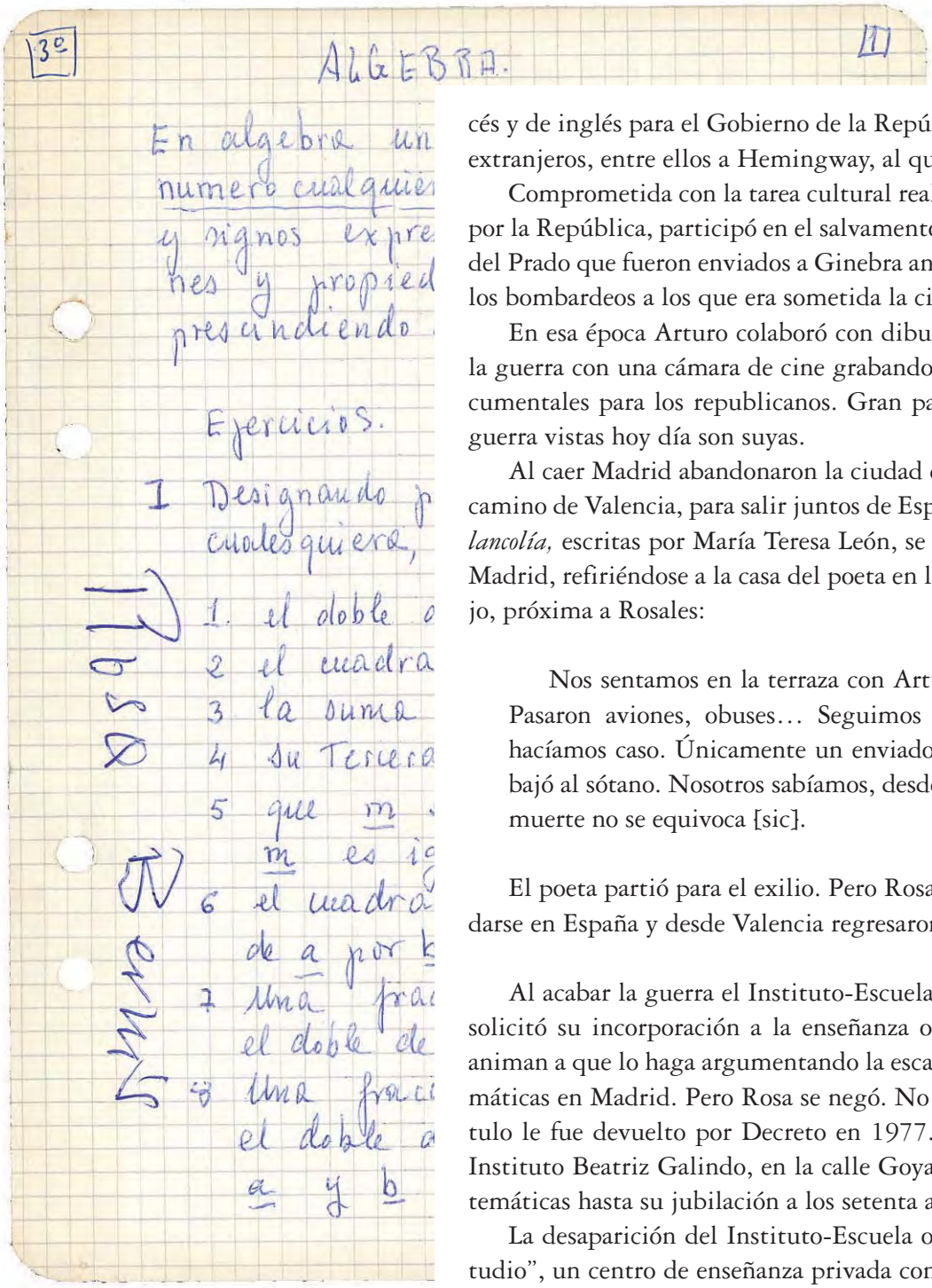
También asistió Palacios, único profesor que tenía automóvil. Rosa recordaba, divertida, el encuentro entre ambos. "¿Está aquí la señorita Bernis?", preguntó el físico-matemático en la Secretaría del Palacio de la Magdalena. "¿Pueden hacerme el favor de ponerme en contacto con ella?" Una vez localizada, Palacios propuso, cortésmente: "¡Cuánto me alegro de verla! Vengo a pedirle un favor. Aunque de física sé mucho, soy un analfabeto absoluto. Pero me interesa mucho ver toda esta región… No me gusta ir solo a los sitios. Quería ver si usted, con alguna amiga suya… hacemos alguna excursión en mi coche y me lo van enseñando". Ella le acompañó encantada y llevó a su amiga Pilar de Madariaga, hermana de Salvador de Madariaga, con la que compartía habitación. El filósofo Zubiri, al conocer la excursión, se sumó. "Las discusiones de Palacio y Zubiri fueron para haberlas grabado", recordaba Rosa.

En 1936 se casó con Arturo Ruiz-Castillo, estudiante de Arquitectura, documentalista, director de cine, fundador del grupo de Teatro Universitario conocido como La Barraca, junto a sus amigos J. Garrigues, Gonzalo Menéndez Pidal, Enrique Díez Canedo y otros. Así Rosa se casó con "un niño de mi clase" y supo para siempre sonreír ante las quejas que escuchará de sus alumnas muchos años después. "Señorita, mire los niños… ¡qué tontos! Dígales que nos dejen en paz." Ella respondía : "No seáis tontas. Luego se ponen más altos, más guapos… y yo me casé con un niño de mi clase". Se enorgullecía de haberse casado tres veces, y las tres con Arturo, porque estalló la Guerra Civil y la pérdida de documentos y dificultades sucesivas les llevaron a ello.



Dibujo y dedicatoria de Rafael Alberti, en las guardas de uno de sus libros, a Rosa y Arturo. Roma 1969.

Durante la Guerra Civil permaneció en Madrid. Para entonces era ya muy profunda su amistad con María Teresa León y Rafael Alberti. El poeta la llevó a la Alianza de Intelectuales Antifascistas, donde vivió esos años. Allí convivió con mucha gente muy importante, sin ser consciente entonces: Nicolás Guillén, Luis Cernuda, Hemingway, Rafael Alberti y María Teresa… Trabajó en la Oficina de Prensa: primero en Censura, más tarde en Prensa Extranjera, donde tenía las señales de las avionetas que despegaban todas las noches. Trabajó como intérprete de fran-


3º

ALGEBRA.

1

En algebra un
numero cualquie
y signos expre
nes y propied
presandiendo

Ejercicios.

I Designando p
cualesquiera,

1. el doble
2 el cuadra
3 la suma
4 su Tercera
5 que m
m es ig
6 el cuadra
de a por k
7 Una fra
el doble de
8 Una fraci
el doble a
a y b

Primera página del cuaderno de Álgebra de Rosa Bernis.
Archivo Histórico. Fundación Estudio.

cés y de inglés para el Gobierno de la República. Atendió a visitantes extranjeros, entre ellos a Hemingway, al que calificó de insoportable.

Comprometida con la tarea cultural realizada en aquellos tiempos por la República, participó en el salvamento de los cuadros del Museo del Prado que fueron enviados a Ginebra ante el peligro que suponían los bombardeos a los que era sometida la ciudad de Madrid.

En esa época Arturo colaboró con dibujos en *El Mono Azul.* Pasó la guerra con una cámara de cine grabando la contienda. Realizó documentales para los republicanos. Gran parte de las imágenes de la guerra vistas hoy día son suyas.

Al caer Madrid abandonaron la ciudad con Rafael y María Teresa, camino de Valencia, para salir juntos de España. En *Memorias de la melancolía,* escritas por María Teresa León, se recuerda su último día en Madrid, refiriéndose a la casa del poeta en la calle Marqués de Urquijo, próxima a Rosales:

> Nos sentamos en la terraza con Arturo y Rosa. Comimos. Pasaron aviones, obuses… Seguimos comiendo. Ya no les hacíamos caso. Únicamente un enviado de un diario de París bajó al sótano. Nosotros sabíamos, desde hace tres años, que la muerte no se equivoca [sic].

El poeta partió para el exilio. Pero Rosa y Arturo decidieron quedarse en España y desde Valencia regresaron a Madrid.

Al acabar la guerra el Instituto-Escuela ha desaparecido. Rosa no solicitó su incorporación a la enseñanza oficial. Algunos amigos la animan a que lo haga argumentando la escasez de profesores de Matemáticas en Madrid. Pero Rosa se negó. No lo solicitó hasta que el título le fue devuelto por Decreto en 1977. En 1978 se incorporó al Instituto Beatriz Galindo, en la calle Goya, donde dio clases de Matemáticas hasta su jubilación a los setenta años, en enero de 1980.

La desaparición del Instituto-Escuela originó la creación de "Estudio", un centro de enseñanza privada con un carácter distinto. Miguel Catalán la animó a incorporarse a "Estudio". Pero ella prefirió dedicar esos años a su familia. En Madrid nacieron sus hijos Álvaro y Mariana.

Gracias a su matrimonio con Arturo tuvo oportunidad de conocer y tratar a la mayoría de los intelectuales de la Generación del 98 y a los de la del 27. Su suegro, don José, fue amigo de ellos y en muchos casos su editor. La familia Ruiz-Castillo tenía una casa de veraneo en La Granja: la Huerta del Venado. Allí se juntaba con sus amigos y conocidos. En aquellas largas tertulias destacaba siempre la brillante conversación de Rosa. Era capaz de polemizar en torno a todos los temas, y con mucha vehemencia.

Retrato de Rosa realizado por Gonzalo Menéndez Pidal.

Un fin de semana del año 1957, al volver de La Granja, su hermana Elisa, casada con Gonzalo Menéndez Pidal, la llamó para comunicarle el ingreso de Miguel Catalán en la Clínica de la Concepción. Días después, Miguel falleció inesperadamente. En palabras de María Teresa León: "Se ha marchado a comprobar la exactitud rigurosamente científica de sus sueños impalpables". Con un gran vacío dentro, Rosa fue a Miguel Ángel 8. "Vengo, porque tendréis mucho lío. Colocadme donde queráis para ir ayudando". Y ya no la dejaron irse. Se quedó en "Estudio". Ella afirmó más tarde, "Fui por Miguel", y recordará que preguntó: "¿Qué hago aquí?" La respuesta fue: "Lo que quieras". Se convirtió en la señorita Rosa Bernis, nuestra profesora de Matemáticas hasta su jubilación. Pero esa es ya otra historia.

De aquel "Estudio" destacó Rosa esa actitud tolerante y esa libertad de cátedra, en una situación "en que los tolerantes eran gente que sabían lo que hacían. Eran maestros natos. Eran maestros de los maestros. Eran verdaderos pedagogos. Enseñaban. Enseñaban instintivamente".

Hoy, desde la serenidad de la distancia, nosotros, sus alumnos, recordamos de ella que fue una pedagoga nata. Para muchos de nosotros el encuentro con Rosa, en ese tiempo de adolescencia, fue decisivo para recibir ese conocimiento del mundo que proporciona el pensamiento matemático. Admirábamos la fuerte personalidad de Rosa, sin saber entonces que era fruto de una extensa página de nuestra historia: la escrita por aquellos hombres y mujeres que creían en cosas superiores, y con gran generosidad y profundas convicciones éticas contribuyeron a impulsar una España que se abría a la modernidad.

Elena Gallego
Profesora de Historia, IV Sección

Este boletín se acabó de imprimir en
la ciudad de Madrid en el mes
de mayo de 2003. En su
composición se emplea-
ron los tipos Fruti-
ger y Gara-
mond
3

9

"Estudio"